

**QUESITO 5**

5. In una delle sue opere G. Galilei fa porre da Salviati, uno dei personaggi, la seguente questione riguardante l'insieme  $\mathbb{N}$  dei numeri naturali ("i numeri tutti"). Dice Salviati: «...se io dirò, i numeri tutti, comprendono i quadrati e i non quadrati, esser più che i quadrati soli, dirò proposizione verissima: non è così?». Come si può rispondere all'interrogativo posto e con quali argomentazioni?

Anche questo quesito, come il quesito 1 del PNI, è più adatto ad una prova orale che a una prova scritta!

Riguarda la questione dell'infinito in Galileo e il paradosso dei numeri quadrati che per Galileo "sono meno" dei "numeri tutti", cioè dei numeri naturali.

Possiamo costruire una funzione iniettiva tra l'insieme dei numeri naturali  $\mathbb{N}$  e l'insieme dei quadrati dei numeri naturali, che indicheremo con  $S$ .

Ad ogni numero naturale  $n$  facciamo corrispondere il suo quadrato, cioè  $n^2$ .

Chiaramente, dice Salviati, l'insieme  $S$  è un sottoinsieme di  $\mathbb{N}$ .

Tuttavia  $\mathbb{N}$  è in corrispondenza biunivoca con  $S$ , pur essendo  $S$  un sottoinsieme proprio di  $\mathbb{N}$ .

Quindi la frase "i numeri tutti ... esser più dei quadrati soli.." è vera in questo senso.

Ma non è vera nel significato che oggi diamo alla parola "equipotente".  $\mathbb{N}$  ed  $S$  infatti possono essere posti in corrispondenza biunivoca, perché ad ogni numero naturale  $n$  corrisponde il suo quadrato, cioè  $n^2$  e ad ogni numero quadrato di  $S$  corrisponde uno ed un solo numero naturale, ovvero la sua radice quadrata.

<b>Livello di difficoltà:</b>	<input type="checkbox"/> basso	<input checked="" type="checkbox"/> medio	<input type="checkbox"/> alto
<b>E' in programma?</b>	<input checked="" type="checkbox"/> sì	<input type="checkbox"/> no	<input type="checkbox"/> non si sa
<b>Normalmente si fa a scuola?</b>	<input type="checkbox"/> sì	<input checked="" type="checkbox"/> no	<input type="checkbox"/> non sempre
<b>E' un argomento presente nei libri di testo?</b>	<input type="checkbox"/> sì	<input type="checkbox"/> mai	<input checked="" type="checkbox"/> non sempre
<b>Controlla una conoscenza / abilità /competenza fondamentale?</b>	<input type="checkbox"/> sì		<input checked="" type="checkbox"/> no
<b>Formulazione</b>	<input checked="" type="checkbox"/> molto chiara	<input type="checkbox"/> corretta	<input type="checkbox"/> poco chiara
		<input type="checkbox"/> ambigua	<input type="checkbox"/> scorretta