

Esame di Stato Liceo Scientifico

Prova di Matematica - Corso di Ordinamento - 21 giugno 2012

Soluzione del QUESTIONARIO (a cura di V. Roselli)

QUESITO 1

1. Cosa rappresenta il limite seguente e qual è il suo valore?

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{5\left(\frac{1}{2} + h\right)^4 - 5\left(\frac{1}{2}\right)^4}{h}$$

Il limite proposto rappresenta il limite del rapporto incrementale della funzione $f(x) = 5x^4$ nel punto $x_0 = \frac{1}{2}$. Poiché, come noto, $f'(x) = 20x^3$ il valore di tale limite è $f'\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{20}{8} = \frac{5}{2}$.

Naturalmente il limite, che si presenta nella forma indeterminata $\frac{0}{0}$, può anche essere calcolato direttamente mediante qualche opportuna riduzione:

$$\begin{aligned} \lim_{h \rightarrow 0} \frac{5\left[\left(\frac{1}{2} + h\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2\right]\left[\left(\frac{1}{2} + h\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2\right]}{h} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{5\left[\left(\frac{1}{2} + h\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2\right]\left[\frac{1}{2} + h + \frac{1}{2}\right]\left[\frac{1}{2} + h - \frac{1}{2}\right]}{h} = \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{5\left[\left(\frac{1}{2} + h\right)^2 + \frac{1}{4}\right][1+h][h]}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} 5\left[\left(\frac{1}{2} + h\right)^2 + \frac{1}{4}\right][1+h] = 5\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4}\right) = \frac{5}{2}. \end{aligned}$$

Commento

- Livello di difficoltà: basso

- E' in programma?: si'

- Normalmente si fa a scuola? si'

- E' un argomento presente nei libri di testo? si'

- Il problema/quesito controlla conoscenze/abilità/competenze fondamentali? si'

- Formulazione: molto chiara