

Esame di Stato - Liceo Scientifico
Prova scritta di Matematica - 18 giugno 2015

QUESTIONARIO

Quesito 9

Soluzione a cura di L. Rossi

Data la funzione:

$$f(x) = \begin{cases} x^3 & 0 \leq x \leq 1 \\ x^2 - kx + k & 1 < x \leq 2 \end{cases}$$

determinare il parametro k in modo che nell'intervallo $[0, 2]$ sia applicabile il teorema di Lagrange e trovare il punto di cui la tesi del teorema assicura l'esistenza.

Teorema di Lagrange:

HP. $y = f(x)$ continua in $[a; b]$, derivabile in $]a; b[$

TH. $\exists x_0 \in]a; b[$ t. c. $f'(x_0) = \frac{f(b)-f(a)}{b-a}$

Condizione di continuità:

$\lim_{x \rightarrow 1^-} x^3 = \lim_{x \rightarrow 1^+} x^2 - kx + k = f(1)$ tale condizione è verificata $\forall k \in R$

Condizione di derivabilità:

$\lim_{x \rightarrow 1^-} 3x^2 = \lim_{x \rightarrow 1^+} 2x - k$ ossia $3 = 2 - k \rightarrow k = -1$

La funzione cercata è:

$$f(x) = \begin{cases} x^3 & 0 \leq x \leq 1 \\ x^2 + x - 1 & 1 < x \leq 2 \end{cases}$$

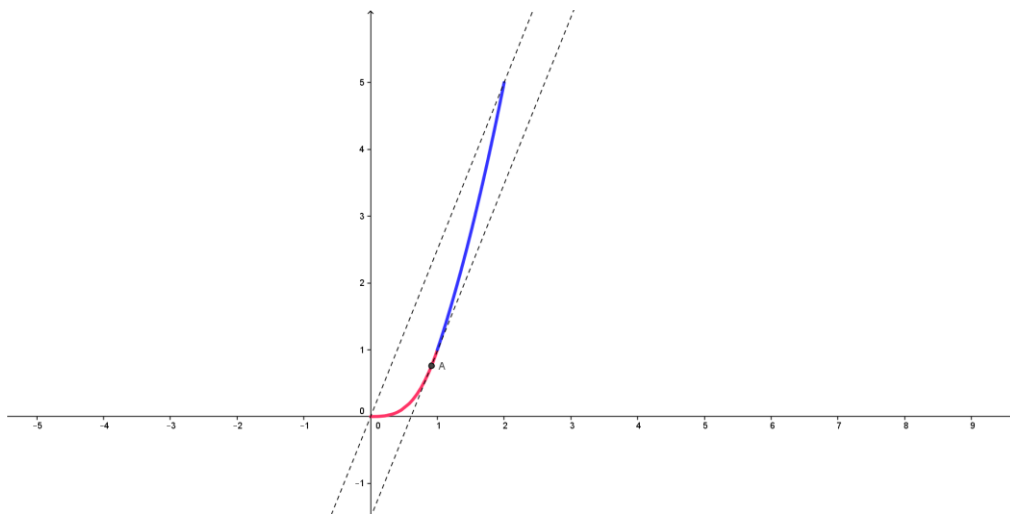
Poichè $y = f(x)$ è continua in $[0; 2]$, derivabile in $]0; 2[$, allora $\exists c \in]0; 2[$ t. c. $f'(c) = \frac{f(2)-f(0)}{2-0}$

In $]0,1[$:

$3x^2 = \frac{5-0}{2-0} \rightarrow x^2 = \frac{5}{6} \rightarrow x = \pm\sqrt{\frac{5}{6}}$. Accettabile soltanto $x = \sqrt{\frac{5}{6}}$ (punto di tangenza A in figura)

In $]1,2[$:

$2x + 1 = \frac{5-0}{2-0} \rightarrow x = \frac{3}{4}$. Non accettabile.



Giudizio sul quesito

Livello di difficoltà	<input checked="" type="checkbox"/> Basso	<input type="checkbox"/> Medio	<input type="checkbox"/> Alto		
L'argomento è presente nelle Indicazioni Nazionali per i Licei Scientifici?	<input checked="" type="checkbox"/> Sì	<input type="checkbox"/> No	<input type="checkbox"/> Non è esplicitato/Non è chiaro		
Di solito, viene svolto?	<input checked="" type="checkbox"/> Sì	<input type="checkbox"/> No	<input type="checkbox"/> Non sempre		
È un argomento presente nei libri di testo?	<input type="checkbox"/> Mai	<input type="checkbox"/> Non sempre	<input checked="" type="checkbox"/> Sempre		
Formulazione:	<input type="checkbox"/> Scorretta	<input type="checkbox"/> Ambigua	<input type="checkbox"/> Poco chiara	<input type="checkbox"/> Corretta	<input checked="" type="checkbox"/> Molto chiara
Verifica conoscenze/abilità/competenze fondamentali?	<input checked="" type="checkbox"/> Sì		<input type="checkbox"/> No		