

Esame di Stato - Liceo Scientifico
Prova scritta di Matematica - 23 giugno 2016

Questionario

Quesito 1

Soluzione a cura di Laura Rossi

1. È noto che

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2} dx = \sqrt{\pi}$$

Stabilire se il numero reale u , tale che

$$\int_{-\infty}^u e^{-x^2} dx = 1$$

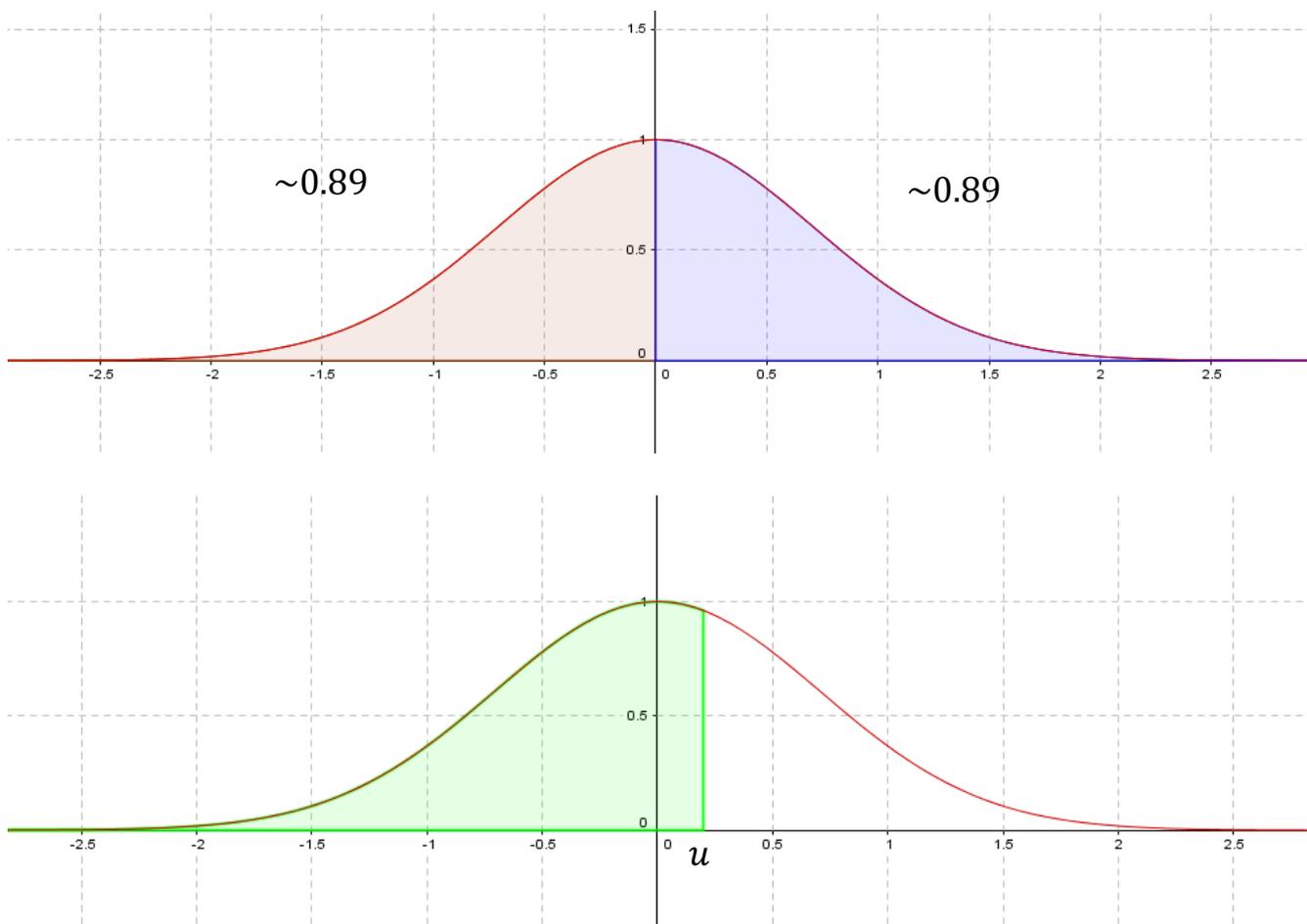
è positivo oppure negativo. Determinare inoltre i valori dei seguenti integrali, motivando le risposte:

$$A = \int_{-u}^u x^7 e^{-x^2} dx \quad B = \int_{-u}^u e^{-x^2} dx \quad C = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-5x^2} dx$$

La funzione $y = e^{-x^2}$ è continua in \mathbb{R} e pari.

Poiché $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2} dx = \sqrt{\pi}$, allora $\int_{-\infty}^0 e^{-x^2} dx = \int_0^{+\infty} e^{-x^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$.

Il numero reale u è positivo poiché $1 > \frac{\sqrt{\pi}}{2} \sim 0,89$.



$$A = \int_{-u}^u x^7 e^{-x^2} dx = 0$$

Poiché si tratta di un integrale definito calcolato in un intervallo simmetrico rispetto allo 0 di una funzione dispari.

$$B = \int_{-u}^u e^{-x^2} dx = 2 \left(1 - \frac{\sqrt{\pi}}{2} \right)$$

$$\text{Poiché } \int_{-u}^u e^{-x^2} dx = 2 \int_0^u e^{-x^2} dx = 2 \left(\int_{-\infty}^u e^{-x^2} dx - \int_{-\infty}^0 e^{-x^2} dx \right) = 2 \left(1 - \frac{\sqrt{\pi}}{2} \right)$$

$$C = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-5x^2} dx = \frac{1}{\sqrt{5}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-t^2} dt = \sqrt{\frac{\pi}{5}}$$

Giudizio sul quesito

Livello di difficoltà:	<input type="checkbox"/> Basso	<input checked="" type="checkbox"/> Medio	<input type="checkbox"/> Alto		
L'argomento è presente nelle Indicazioni Nazionali per i Licei Scientifici?	<input checked="" type="checkbox"/> Sì	<input type="checkbox"/> No	<input type="checkbox"/> Non è esplicitato/Non è chiaro		
Di solito, viene svolto?	<input checked="" type="checkbox"/> Sì	<input type="checkbox"/> No	<input type="checkbox"/> Non sempre		
È un argomento presente nei libri di testo?	<input type="checkbox"/> Mai	<input type="checkbox"/> Non sempre	<input checked="" type="checkbox"/> Sempre		
Formulazione	<input type="checkbox"/> Scorretta	<input type="checkbox"/> Ambigua	<input type="checkbox"/> Poco chiara	<input checked="" type="checkbox"/> Corretta	<input type="checkbox"/> Molto chiara
Il quesito verifica conoscenze/abilità/competenze fondamentali?	<input checked="" type="checkbox"/> Sì	<input type="checkbox"/> Solo parzialmente	<input type="checkbox"/> No		