

Esame di Stato - Liceo Scientifico
Prova scritta di Matematica - 23 giugno 2016

QUESTIONARIO

Quesito 6

Soluzione a cura di L. Tomasi e di V. Roselli

6. Si stabilisca se la seguente affermazione è vera o falsa, giustificando la risposta:

“Esiste un polinomio $P(x)$ tale che: $|P(x) - \cos(x)| \leq 10^{-3}$, $\forall x \in \mathbb{R}$ ”.

La funzione polinomiale $P(x)$ non può essere costante.

L'affermazione è falsa, perché comunque sia grande il grado (non nullo) del polinomio, una funzione polinomiale è illimitata, mentre la funzione $f(x) = \cos x$ è limitata.

[Soluzione di V. Roselli] Se $P(x)$ è un polinomio non costante e risultasse quanto affermato dal testo, sarebbe

$$P(x) - 10^{-3} \leq \cos x \leq P(x) + 10^{-3}$$

e in base al teorema del confronto, il limite di $\cos x$ per x tendente all'infinito sarebbe infinito, assurdo.

Se invece $P(x)=k$ (costante), perché risulti quanto affermato nel testo, il grafico del coseno dovrebbe essere tutto contenuto nella striscia che va dalla retta $y = k - 10^{-3}$ alla retta $y = k + 10^{-3}$ e in tal caso sarebbe

$$k + 10^{-3} - (k - 10^{-3}) = 2 \cdot 10^{-3} \geq 2$$

che è ancora assurdo.

Commento

Il quesito è difficile per studenti di liceo scientifico. Il contesto del quesito riguarda l'approssimazione locale (in realtà qui si propone in \mathbb{R}) di una funzione con un polinomio (di Taylor), argomento che non è presente nelle *Indicazioni nazionali* per i Licei scientifici.

Giudizio sul quesito

Livello di difficoltà	<input type="checkbox"/> Basso	<input type="checkbox"/> Medio	<input checked="" type="checkbox"/> Alto		
L'argomento è presente nelle Indicazioni Nazionali per i Licei Scientifici?	<input type="checkbox"/> Sì	<input type="checkbox"/> No	<input checked="" type="checkbox"/> Non è esplicitato / Non è chiaro		
Di solito, viene svolto?	<input type="checkbox"/> Sì	<input checked="" type="checkbox"/> No	<input type="checkbox"/> Non sempre		
È un argomento presente nei libri di testo?	<input checked="" type="checkbox"/> Mai	<input type="checkbox"/> Non sempre	<input type="checkbox"/> Sempre		
Formulazione	<input type="checkbox"/> Scorretta	<input type="checkbox"/> Ambigua	<input type="checkbox"/> Poco chiara	<input checked="" type="checkbox"/> Corretta	<input type="checkbox"/> Molto chiara
Verifica conoscenze / abilità / competenze fondamentali?	<input type="checkbox"/> Sì	<input type="checkbox"/> Solo parzialmente	<input type="checkbox"/> No		

