

Esame di Stato - Liceo Scientifico
Prova scritta di Matematica - 23 giugno 2016

Questionario

Quesito 9

Soluzione a cura di S. De Stefani e L. Tomasi

9. Date le rette:

$$\begin{cases} x = t \\ y = 2t \\ z = t \end{cases} \quad \begin{cases} x + y + z - 3 = 0 \\ 2x - y = 0 \end{cases}$$

e il punto $P(1, 0, -2)$ determinare l'equazione del piano passante per P e parallelo alle due rette.

La prima retta (r) ha per vettore direzione $(1, 2, 1)$ e la seconda retta (s) ha per vettore direzione $(1, 2, -3)$ perché possiamo scrivere le sue equazioni in forma parametrica

$$\text{Retta } s: \begin{cases} x = t \\ y = 2t \\ z = -3t + 3 \end{cases}$$

Quindi le rette r ed s non sono parallele. Inoltre si verifica che le due rette sono incidenti nel punto $\left(\frac{3}{4}, \frac{3}{2}, \frac{3}{4}\right)$.

Se $ax + by + cz + d = 0$ è l'equazione del piano cercato, le condizioni di parallelismo ($al + bm + cn = 0$) tra il piano e le rette date si esprimono scrivendo il sistema

$$\begin{cases} a + 2b + c = 0 \\ a + 2b - 3c = 0 \end{cases}$$

che risolto fornisce

$$\begin{cases} c = 0 \\ a = -2b \end{cases}$$

Sostituendo nell'equazione del piano e imponendo il passaggio del piano per il punto $P(1, 0, -2)$, si ottiene $-2b + d = 0$ e quindi $d = 2b$.

Il piano cercato avrà dunque equazione, $-2bx + by + 2b = 0$, che fornisce $2x - y - 2 = 0$.

(Soluzione alternativa) Si poteva osservare che sostituendo le coordinate parametriche della prima retta nell'equazione del piano $2x - y = 0$, cui appartiene la seconda retta, si ottiene un'identità. Ciò significa che le rette date sono complanari (ed incidenti) ed entrambe appartengono al piano α di equazione $2x - y = 0$.

L'equazione di un piano parallelo ad α sarà del tipo: $2x - y + d = 0$; sostituendo le coordinate del punto $P(1, 0, -2)$, si ottiene $d = -2$.

L'equazione del piano cercato è: $2x - y - 2 = 0$.

Giudizio sul quesito

Livello di difficoltà:	<input type="checkbox"/> Basso	<input checked="" type="checkbox"/> Medio	<input type="checkbox"/> Alto		
L'argomento è presente nelle Indicazioni Nazionali per i Licei Scientifici?	<input checked="" type="checkbox"/> Sì	<input type="checkbox"/> No	<input type="checkbox"/> Non è esplicitato/Non è chiaro		
Di solito, viene svolto?	<input checked="" type="checkbox"/> Sì	<input type="checkbox"/> No	<input type="checkbox"/> Non sempre		
È un argomento presente nei libri di testo?	<input type="checkbox"/> Mai	<input type="checkbox"/> Non sempre	<input checked="" type="checkbox"/> Sempre		
Formulazione	<input type="checkbox"/> Scorretta	<input type="checkbox"/> Ambigua	<input type="checkbox"/> Poco chiara	<input checked="" type="checkbox"/> Corretta	<input type="checkbox"/> Molto chiara
Il quesito verifica conoscenze/abilità/competenze fondamentali?	<input checked="" type="checkbox"/> Sì	<input type="checkbox"/> Solo parzialmente	<input type="checkbox"/> No		