

Esame di Stato - Liceo Scientifico
Prova scritta di Matematica – 22 giugno 2017

QUESTIONARIO

Quesito 9

Soluzione a cura di Rossi Laura e Luigi Tomasi

9. Dimostrare che l'equazione:

$$\arctg(x) + x^3 + e^x = 0$$

ha una e una sola soluzione reale.

Applico il Teorema di Bolzano (o di esistenza degli zeri delle funzioni continue) generalizzato (o di esistenza degli zeri) alla funzione $y = f(x) = \arctg x + x^3 + e^x$ definita e continua in \mathbb{R} con $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} (\arctg x + x^3 + e^x) = \pm\infty$. Per tale Teorema $\exists c \in \mathbb{R}$ tale che $f(c) = 0$.

Per dimostrare l'unicità della soluzione verifico la monotonia della funzione $f(x)$ calcolando la sua derivata prima:

$$y' = \frac{1}{1+x^2} + 3x^2 + e^x$$

$f'(x)$ è definita in \mathbb{R} e sempre positiva poiché somma di funzioni positive (primo e terzo termine) e non negativa (secondo termine).

Dunque la funzione risulta strettamente crescente nel dominio e quindi intersecherà l'asse delle ascisse in un unico punto la cui ascissa è l'unica soluzione dell'equazione data.

Giudizio sul quesito

Livello di difficoltà	<input checked="" type="checkbox"/> Basso	<input type="checkbox"/> Medio	<input type="checkbox"/> Alto
Si tratta di un problema contestualizzato	<input checked="" type="checkbox"/> No	<input type="checkbox"/> In modo forzato	<input type="checkbox"/> In modo accettabile <input type="checkbox"/> Ben contestualizzato
L'argomento è presente nelle Indicazioni Nazionali per i Licei Scientifici?	<input checked="" type="checkbox"/> Sì	<input type="checkbox"/> No	<input type="checkbox"/> Non è esplicitato / Non è chiaro
Di solito, viene svolto?	<input checked="" type="checkbox"/> Sì	<input type="checkbox"/> No	<input type="checkbox"/> Non sempre
È un argomento presente nei libri di testo?	<input type="checkbox"/> Mai	<input type="checkbox"/> Non sempre	<input checked="" type="checkbox"/> Sempre
Formulazione	<input type="checkbox"/> Scorretta	<input type="checkbox"/> Ambigua	<input type="checkbox"/> Poco chiara <input type="checkbox"/> Corretta <input checked="" type="checkbox"/> Molto chiara
Verifica conoscenze / abilità/ competenze fondamentali?	<input checked="" type="checkbox"/> Sì	<input type="checkbox"/> Solo parzialmente	<input type="checkbox"/> No
Per la risoluzione del problema è utile usare una calcolatrice grafica?	<input checked="" type="checkbox"/> Sì	<input type="checkbox"/> No	

