

**Esame di Stato - Liceo Scientifico**  
**Prova scritta di Matematica - 21 giugno 2018**

**QUESTIONARIO**

**Quesito 4**

Soluzione a cura di S. De Stefani e L. Tomasi

4. Considerata la funzione  $f(x) = \frac{3x - e^{\operatorname{sen} x}}{5 + e^{-x} - \cos x}$ , determinare, se esistono, i valori di  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ,  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ , giustificando adeguatamente le risposte fornite.

Il primo limite è  $+\infty$ :

• 
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{3x - e^{\operatorname{sen} x}}{5 + e^{-x} - \cos x} \right) = +\infty$$

Giustificazione

Essendo  $-1 \leq \operatorname{sen} x \leq 1$ , si ha che  $\frac{1}{e} \leq e^{\operatorname{sen} x} \leq e$ , quindi il numeratore tende a  $+\infty$ .

Il denominatore, per  $x \rightarrow +\infty$  (non è restrittivo supporre  $x \geq 0$ ), è invece limitato. Per  $x \geq 0$  si ha infatti:  $4 < 5 + e^{-x} - \cos x < 7$  che si ottiene aggiungendo 5 alle seguenti disuguaglianze:

$-1 < e^{-x} - \cos x < 2$  (con  $x \geq 0$ ).

Queste ultime disuguaglianze si ottengono osservando che:

$0 < e^{-x} \leq 1$  e  $-1 \leq -\cos x \leq 1$ ,

e sommandole termine a termine (sempre nell'ipotesi che  $x \geq 0$ ).

Il secondo limite vale 0:

• 
$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{3x - e^{\operatorname{sen} x}}{5 + e^{-x} - \cos x} \right) = 0$$

Giustificazione.

Il limite si presenta nella forma indeterminata  $\left[ \frac{\infty}{\infty} \right]$ .

Applicando la regola di De l'Hospital per questa forma indeterminata, si arriva a

$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{3 - \cos x \cdot e^{\operatorname{sen} x}}{-e^{-x} + \operatorname{sen} x} \right)$ , con numeratore limitato per  $x$  che tende a  $-\infty$ , ma denominatore che tende all'infinito, da cui il risultato.

**Giudizio sul quesito**

<b>Livello di difficoltà</b>	<input type="checkbox"/> Basso	<input type="checkbox"/> Medio	<input checked="" type="checkbox"/> Alto	
<b>Si tratta di un problema contestualizzato</b>	<input checked="" type="checkbox"/> No	<input type="checkbox"/> In modo forzato	<input type="checkbox"/> In modo accettabile	<input type="checkbox"/> Ben contestualizzato
<b>L'argomento è presente nelle Indicazioni Nazionali per i Licei Scientifici?</b>	<input checked="" type="checkbox"/> Sì		<input type="checkbox"/> No	
			<input type="checkbox"/> Non è esplicitato / Non è chiaro	

<b>Di solito, viene svolto?</b>	<input checked="" type="checkbox"/> Sì	<input type="checkbox"/> No	<input type="checkbox"/> Non sempre	
<b>È un argomento presente nei libri di testo?</b>	<input type="checkbox"/> Mai	<input type="checkbox"/> Non sempre	<input checked="" type="checkbox"/> Sempre	
<b>Formulazione</b>	<input type="checkbox"/> Scorretta	<input type="checkbox"/> Ambigua	<input type="checkbox"/> Poco chiara	<input checked="" type="checkbox"/> Corretta
				<input type="checkbox"/> Molto chiara
<b>Verifica conoscenze / abilità/ competenze fondamentali?</b>	<input type="checkbox"/> Sì	<input checked="" type="checkbox"/> Solo parzialmente	<input type="checkbox"/> No	
<b>Per la risoluzione di questo quesito è utile usare una calcolatrice grafica?</b>	<input type="checkbox"/> Sì	<input type="checkbox"/> No	<input checked="" type="checkbox"/> Parzialmente	