

MATEMATICA - Esempio di prova per il Liceo Scientifico - MIUR - 20.12.2018

QUESTIONARIO - Quesito 6 (soluzione di L. Tomasi)

- 6) Il grafico della funzione polinomiale cubica $y = f(x)$ intercetta l'asse x nei punti di ascissa 10, 100 e 1000. È sufficiente questa informazione per individuare le coordinate del punto di flesso? Se sì, determinale. Se no, spiega per quale motivo.

Consideriamo inizialmente la funzione polinomiale:

$$f(x) = (x - 10)(x - 100)(x - 1000)$$

$$f(x) = x^3 - 1110x^2 + 111000x - 1000000$$

che si può anche scrivere nel seguente modo:

$$f(x) = (x - k)(x - 10k)(x - 100k), \text{ con } k = 10.$$

La funzione polinomiale cubica può anche essere scritta nella forma

$$f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c,$$

con $a = -(x_1 + x_2 + x_3)$, $b = x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3$, $c = -x_1x_2x_3$

dove $x_1 = k$, $x_2 = 10k$, $x_3 = 100k$ sono le radici del polinomio.

Poiché $f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$ e $f''(x) = 6x + 2a$, il flesso si ha per $f''(x) = 0$, ovvero per $x = -\frac{a}{3}$,

possiamo trovare l'ascissa del flesso, che sarà: $x = -\frac{a}{3} = \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3} = \frac{111k}{3} = 37k = 370$.

L'informazione data nel testo è quindi sufficiente per determinare l'ascissa del punto di flesso della funzione $f(x) = (x - 10)(x - 100)(x - 1000)$. L'ascissa del flesso di questa funzione è la stessa del flesso della più generale cubica $g(x) = a_0(x - 10)(x - 100)(x - 1000)$ - con a_0 coefficiente reale non nullo - avente per zeri 10, 100 e 1000. Tuttavia le informazioni date nel testo non sono sufficienti per determinare, in generale, l'ordinata del flesso.

Giudizio sul quesito 6

| | | | | |
|---|--|----------------------------------|--|--|
| Livello di difficoltà | <input type="checkbox"/> Basso | <input type="checkbox"/> Medio | <input checked="" type="checkbox"/> Alto | <input type="checkbox"/> Molto alto |
| L'argomento è presente nelle Indicazioni Nazionali | <input checked="" type="checkbox"/> Sì | | <input type="checkbox"/> No | <input type="checkbox"/> Non è esplicitato / Non è chiaro |
| L'argomento è presente nel QdR (Quadro di Riferimento) | <input checked="" type="checkbox"/> Sì | | <input type="checkbox"/> No | <input type="checkbox"/> Non è esplicitato / Non è chiaro |
| Di solito, viene svolto? | <input checked="" type="checkbox"/> Sì | | <input type="checkbox"/> No | <input type="checkbox"/> Non sempre |
| È un argomento presente nei libri di testo? | <input type="checkbox"/> No | | <input checked="" type="checkbox"/> Non in tutti | <input type="checkbox"/> Sì |
| Formulazione | <input type="checkbox"/> Scorretta | <input type="checkbox"/> Ambigua | <input type="checkbox"/> Poco chiara | <input checked="" type="checkbox"/> Corretta <input type="checkbox"/> Molto chiara |

| | | | |
|--|--|--|--|
| Verifica conoscenze / abilità/ competenze fondamentali? | <input checked="" type="checkbox"/> Sì | <input type="checkbox"/> Solo parzialmente | <input type="checkbox"/> No |
| Per la risoluzione del problema è utile usare una calcolatrice grafica? | <input type="checkbox"/> Sì | <input type="checkbox"/> No | <input checked="" type="checkbox"/> Parzialmente |

Nota. Ringrazio M.A. Chimetto per una correzione apportata a questa soluzione.