

**Esame di Stato – sessione straordinaria - seconda prova scritta - Liceo scientifico (tutti gli indirizzi) - Prova scritta di Matematica – 20 settembre 2018**

**QUESITO 10 - soluzione di L. Tomasi**

10. Dimostrare che la derivata della funzione:

$$f(x) = e^{ax}$$

è la funzione

$$f'(x) = a \cdot e^{ax}$$

**Soluzione**

Probabilmente si richiede di determinare la derivata utilizzando la definizione. Scriviamo pertanto il limite del rapporto incrementale:

Scriviamo il limite del rapporto incrementale:

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{e^{a(x+h)} - e^{ax}}{h}$$

Questo limite si presenta ovviamente nella forma indeterminata  $\frac{0}{0}$ .

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{e^{ax+ah} - e^{ax}}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{e^{ax}(e^{ah} - 1)}{h} = e^{ax} \cdot \lim_{h \rightarrow 0} \frac{e^{ah} - 1}{h}$$

Calcoliamo a parte il limite:

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{e^{ah} - 1}{h}$$

Si ha:

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{e^{ah} - 1}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} a \left( \frac{e^{ah} - 1}{ah} \right)$$

Ponendo ora  $ah = t$ , si ottiene

$$\lim_{h \rightarrow 0} a \left( \frac{e^{ah} - 1}{ah} \right) = a \lim_{t \rightarrow 0} \frac{e^t - 1}{t} = a \cdot 1 = a$$

In definitiva si ha

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{e^{ax+ah} - e^{ax}}{h} = e^{ax} \cdot \lim_{h \rightarrow 0} \frac{e^{ah} - 1}{h} = a e^{ax}$$

Argomento: analisi matematica; derivata; limite notevole  $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{e^t - 1}{t}$ .

**Tabella di analisi del quesito**

<b>Livello di difficoltà stimato</b>	<input type="checkbox"/> Basso	<input checked="" type="checkbox"/> Medio	<input type="checkbox"/> Alto	<input type="checkbox"/> Molto alto	
<b>Formulazione del quesito</b>	<input type="checkbox"/> Scorretta	<input type="checkbox"/> Ambigua	<input type="checkbox"/> Poco chiara	<input checked="" type="checkbox"/> Corretta	<input type="checkbox"/> Molto chiara
<b>L'argomento è presente nelle Indicazioni Nazionali</b>	<input checked="" type="checkbox"/> Sì		<input type="checkbox"/> No		<input type="checkbox"/> Non è esplicitato / Non è chiaro

L'argomento è presente nel QdR di Matematica	<input checked="" type="checkbox"/> Sì	<input type="checkbox"/> No	<input type="checkbox"/> Non è esplicitato / Non è chiaro
Di solito, viene svolto nella pratica didattica usuale?	<input checked="" type="checkbox"/> Sì	<input type="checkbox"/> No	<input type="checkbox"/> Non sempre
È un argomento presente nei libri di testo di Matematica?	<input type="checkbox"/> No	<input type="checkbox"/> Non sempre	<input checked="" type="checkbox"/> Sempre
Verifica conoscenze / abilità/ competenze fondamentali?	<input checked="" type="checkbox"/> Sì	<input type="checkbox"/> Solo parzialmente	<input type="checkbox"/> No
Per la risoluzione del quesito è utile una calcolatrice grafica?	<input checked="" type="checkbox"/> Sì	<input type="checkbox"/> No	<input type="checkbox"/> Parzialmente