Esame di Stato – sessione straordinaria - seconda prova scritta - Liceo scientifico (tutti gli indirizzi) - Prova scritta di Matematica – 20 settembre 2018

QUESITO 3 - soluzione di L. Tomasi

3. Considerando la funzione $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita come:

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{x^2}{4} + 2x, & per\ x < 4 \\ e^{4-x} + 3, & per\ x \geq 4 \end{cases}$$

determinare l'angolo formato dalle tangenti nel punto angoloso del grafico della funzione.

Soluzione

Il grafico della funzione data, definita a tratti, si ottiene dall'unione di un arco di parabola con un arco di esponenziale.

La derivata prima della funzione è data da

$$f'(x) = \begin{cases} -\frac{1}{2}x + 2 & per\ x < 4 \\ -e^{4-x} & per\ x \geq 4 \end{cases}$$

che è derivabile in tutti i reali tranne che nel punto di ascissa $x = 4$.

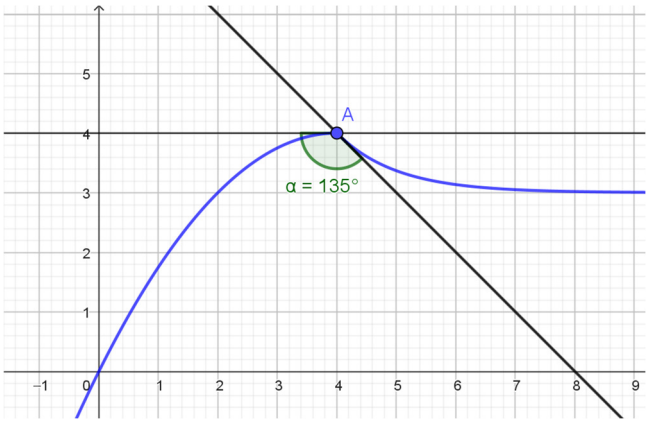
La derivata destra nel punto $x = 4$ vale

$$f'_+(4) = -1.$$

La derivata sinistra nel punto $x = 4$ si può ottenere come limite:

$$f'_-(4) = \lim_{x \to 4^-} \left(-\frac{1}{2}x + 2\right) = 0.$$

Pertanto l'angolo compreso tra la tangente sinistra e quella destra, misurato in verso antiorario è 135°.



figura

Argomento: Analisi matematica, derivata.

Tabella di analisi del quesito

Livello di difficoltà stimato	☒ Basso	☐ Medio	☐ Alto	☐ Molto alto	
Formulazione del quesito	☐ Scorretta	☐ Ambigua	☐ Poco chiara	☒ Corretta	☐ Molto chiara

L'argomento è presente nelle Indicazioni Nazionali	☒ Sì	☐ No	☐ Non è esplicitato / Non è chiaro
Di solito, viene svolto nella pratica didattica usuale?	☒ Sì	☐ No	☐ Non sempre
È un argomento presente nei libri di testo di Matematica?	☐ No	☐ Non sempre	☒ Sempre
Verifica conoscenze / abilità/ competenze fondamentali?	☒ Sì	☐ Solo parzialmente	☐ No
Per la risoluzione del quesito è utile una calcolatrice grafica?	☒ Sì	☐ No	☐ Parzialmente