

Esame di Stato – sessione suppletiva - seconda prova scritta - Liceo scientifico (tutti gli indirizzi) - Prova scritta di Matematica – 5 luglio 2018

QUESITO 2 - soluzione di L. Tomasi

2. Si consideri la funzione $f(x) = \frac{1}{x}$ nell'intervallo $[p, 2p]$ e, detto Γ il suo grafico, sia t la retta tangente a Γ nel suo punto di ascissa p . Determinare, al variare di p , le aree delle due parti in cui la retta t divide la regione finita di piano compresa fra Γ e l'asse delle ascisse.

Soluzione

Se $p > 0$, si ottiene la figura 1.

In questo caso, una delle due aree è l'area del triangolo ABC :

$$S_1 = \frac{1}{2}p \cdot \frac{1}{p} = \frac{1}{2}.$$

La seconda area si ottiene togliendo l'area S_1 dall'area del trapezoide formato dalla curva con l'asse delle ascisse nell'intervallo dato:

$$S_2 = \int_p^{2p} \frac{1}{x} dx - \frac{1}{2} = \ln|2p| - \ln|p| - \frac{1}{2} = \ln(2p) - \ln(p) - \frac{1}{2} = \ln 2 - \frac{1}{2}.$$

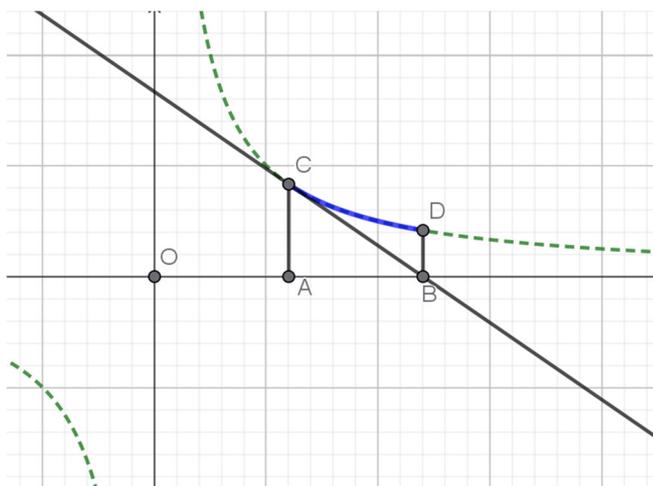


figura 1

Se $p < 0$, si ottiene la figura 2.

In questo caso, una delle due aree è l'area del triangolo ABC :

$$S_1 = \frac{1}{2}(-p) \cdot \frac{1}{(-p)} = \frac{1}{2}.$$

La seconda area si ottiene togliendo l'area S_1 dall'area del trapezoide formato dalla curva con l'asse delle ascisse nell'intervallo dato:

$$S_2 = \int_{2p}^p -\frac{1}{x} dx - \frac{1}{2} = -\ln|p| + \ln|2p| - \frac{1}{2} = -\ln(-p) + \ln(-2p) - \frac{1}{2} = \ln 2 - \frac{1}{2}.$$

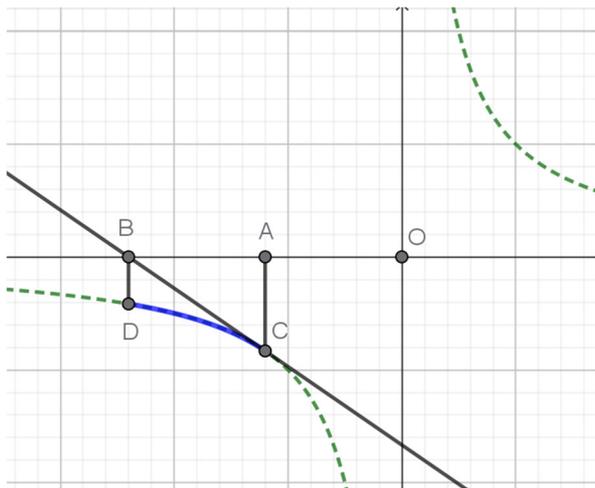


figura 2

Tabella di analisi del quesito

Livello di difficoltà stimato	<input type="checkbox"/> Basso	<input checked="" type="checkbox"/> Medio	<input type="checkbox"/> Alto	<input type="checkbox"/> Molto alto
Formulazione del quesito	<input type="checkbox"/> Scorretta	<input type="checkbox"/> Ambigua	<input type="checkbox"/> Poco chiara	<input checked="" type="checkbox"/> Corretta <input type="checkbox"/> Molto chiara
L'argomento è presente nelle Indicazioni Nazionali	<input checked="" type="checkbox"/> Sì		<input type="checkbox"/> No	
Di solito, viene svolto nella pratica didattica usuale?	<input checked="" type="checkbox"/> Sì		<input type="checkbox"/> No	
È un argomento presente nei libri di testo di Matematica?	<input type="checkbox"/> No		<input type="checkbox"/> Non sempre	
Verifica conoscenze / abilità/ competenze fondamentali?	<input checked="" type="checkbox"/> Sì		<input type="checkbox"/> Solo parzialmente	
Per la risoluzione del quesito è utile una calcolatrice grafica?	<input checked="" type="checkbox"/> Sì		<input type="checkbox"/> No	
			<input type="checkbox"/> Parzialmente	