

Esame di Stato – sessione suppletiva - seconda prova scritta - Liceo scientifico (tutti gli indirizzi) - Prova scritta di Matematica – 5 luglio 2018

QUESITO 3 - soluzione di L. Tomasi

3. Determinare l'equazione della superficie sferica di centro $C(1, -1, 2)$ tangente al piano di equazione $x - y + z = 10$ e le coordinate del punto di contatto tra la superficie sferica e il piano.

Soluzione

Consideriamo le equazioni parametriche della retta s , perpendicolare al piano dato e passante per il punto $C(1, -1, 2)$

$$s: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 - t \\ z = 2 + t \end{cases}$$

Intersechiamo questa retta con il piano dato; sostituendo si ottiene:

$$\begin{aligned} 1 + t - (-1 - t) + 2 + t &= 10 \\ 1 + t + 1 + t + 2 + t &= 10. \end{aligned}$$

Si ha quindi

$$3t = 6$$

e in definitiva $t = 2$.

Il punto H di intersezione tra la retta s e il piano dato ha quindi coordinate

$$H(1 + 2, -1 - 2, 2 + 2)$$

ossia

$$H(3, -3, 4).$$

Il raggio della sfera è pertanto:

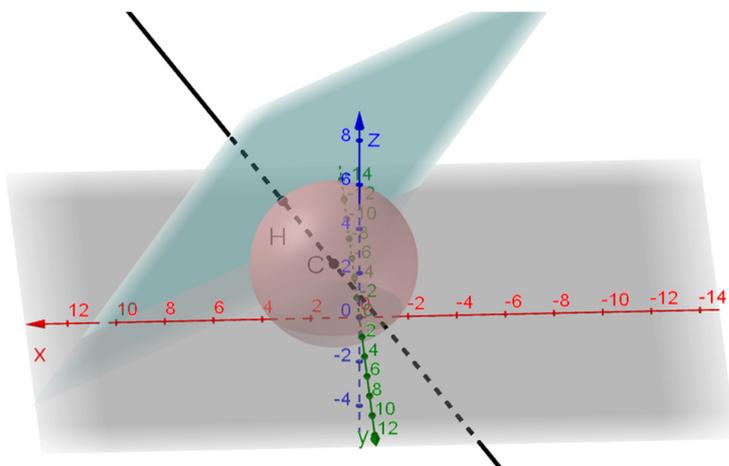
$$r = CH = \sqrt{(3 - 1)^2 + (-3 + 1)^2 + (4 - 2)^2} = \sqrt{4 + 4 + 4} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}.$$

L'equazione della superficie sferica è pertanto:

$$(x - 1)^2 + (y + 1)^2 + (z - 2)^2 = 12$$

ossia

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 4z - 6 = 0.$$



figura

Argomento: geometria analitica dello spazio: piani, rette, sfere nello spazio.

Tabella di analisi del quesito

Livello di difficoltà stimato	<input checked="" type="checkbox"/> Basso	<input type="checkbox"/> Medio	<input type="checkbox"/> Alto	<input type="checkbox"/> Molto alto
Formulazione del quesito	<input type="checkbox"/> Scorretta	<input type="checkbox"/> Ambigua	<input type="checkbox"/> Poco chiara	<input checked="" type="checkbox"/> Corretta <input type="checkbox"/> Molto chiara
L'argomento è presente nelle Indicazioni Nazionali	<input checked="" type="checkbox"/> Sì		<input type="checkbox"/> No	
Di solito, viene svolto nella pratica didattica usuale?	<input checked="" type="checkbox"/> Sì		<input type="checkbox"/> No	
È un argomento presente nei libri di testo di Matematica?	<input type="checkbox"/> No		<input type="checkbox"/> Non sempre	
Verifica conoscenze / abilità/ competenze fondamentali?	<input checked="" type="checkbox"/> Sì		<input type="checkbox"/> Solo parzialmente	
Per la risoluzione del quesito è utile una calcolatrice grafica?	<input checked="" type="checkbox"/> Sì		<input type="checkbox"/> No	
				<input type="checkbox"/> Parzialmente