

**Esame di Stato – sessione suppletiva - seconda prova scritta - Liceo scientifico (tutti gli indirizzi) - Prova scritta di Matematica – 5 luglio 2018**

**QUESITO 6 - soluzione di L. Tomasi**

6. Data la funzione  $y = x|ax^2 + b| - 3$ , determinare il valore dei coefficienti  $a$  e  $b$  per i quali il grafico della funzione è tangente nel punto di ascissa  $x=1$  alla retta di equazione  $y = 7x - 9$ .

**Soluzione**

Il punto di tangenza  $A$  ha coordinate  $(1, -2)$ .

Se  $ax^2 + b \geq 0$ , si ha

$$y = ax^3 + bx - 3$$

e la derivata prima è

$$f'(x) = 3ax^2 + b.$$

Pertanto si ha

$$\begin{cases} a + b - 3 = -2 \\ 3a + b = 7 \end{cases}$$

da cui si ottiene

$$\begin{cases} a + b = 1 \\ 3a + b = 7 \\ a = 3 \\ b = -2 \end{cases}$$

Se supponiamo

Se  $ax^2 + b < 0$ , si ha

$$y = -ax^3 - bx - 3$$

e la derivata prima è

$$f'(x) = -3ax^2 - b.$$

Pertanto si ha

$$\begin{cases} -a - b - 3 = -2 \\ -3a - b = 7 \end{cases}$$

da cui si ottiene

$$\begin{cases} a + b = -1 \\ 3a + b = -7 \\ a = -3 \\ b = 2 \end{cases}$$

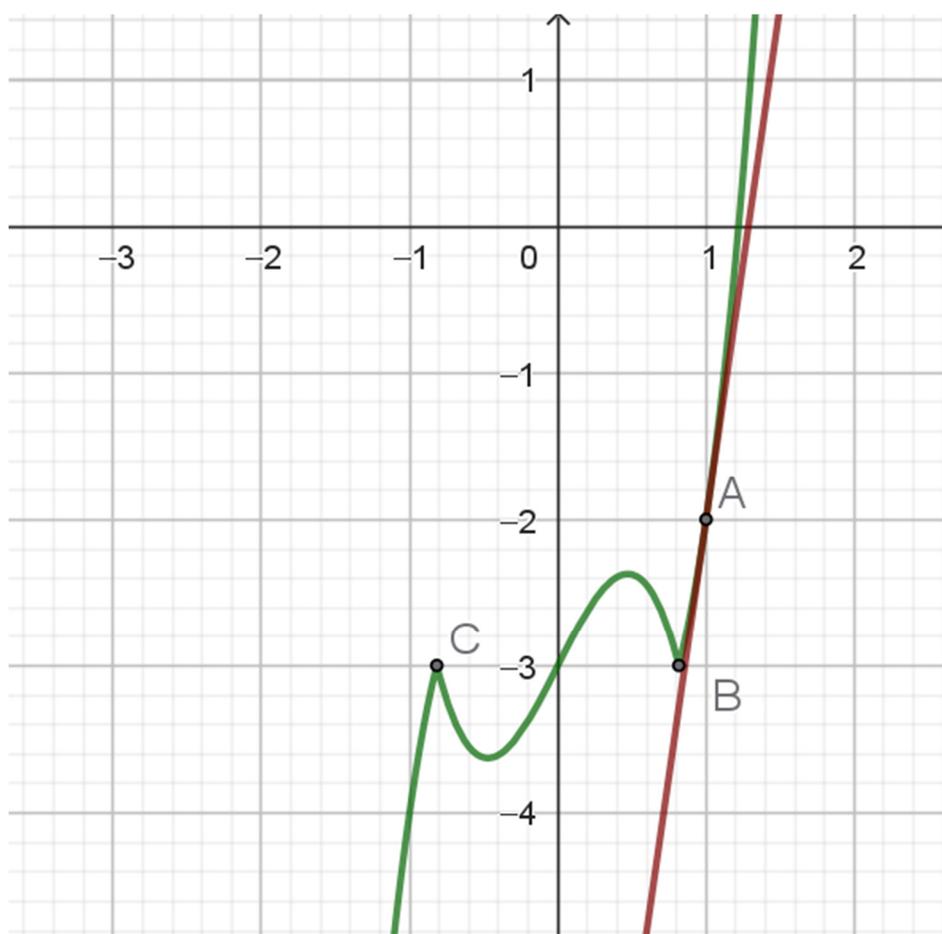
In entrambi i casi la funzione è la seguente

$$f(x) = x|3x^2 - 2| - 3$$

che si studia a tratti

$$f(x) = \begin{cases} 3x^3 - 2x - 3, & x \leq -\sqrt{\frac{2}{3}} \vee x \geq \sqrt{\frac{2}{3}} \\ -3x^3 + 2x - 3, & -\sqrt{\frac{2}{3}} < x < \sqrt{\frac{2}{3}} \end{cases}$$

Il grafico della funzione è riportato in figura (anche se non era richiesto).



figura

Argomento: analisi matematica; derivate; tangente; funzione definita a tratti.

**Tabella di analisi del quesito**

<b>Livello di difficoltà stimato</b>	<input type="checkbox"/> Basso	<input checked="" type="checkbox"/> Medio	<input type="checkbox"/> Alto	<input type="checkbox"/> Molto alto	
<b>Formulazione del quesito</b>	<input type="checkbox"/> Scorretta	<input type="checkbox"/> Ambigua	<input type="checkbox"/> Poco chiara	<input checked="" type="checkbox"/> Corretta	<input type="checkbox"/> Molto chiara
<b>L'argomento è presente nelle Indicazioni Nazionali</b>	<input checked="" type="checkbox"/> Sì		<input type="checkbox"/> No		<input type="checkbox"/> Non è esplicitato / Non è chiaro
<b>Di solito, viene svolto nella pratica didattica usuale?</b>	<input checked="" type="checkbox"/> Sì		<input type="checkbox"/> No		<input type="checkbox"/> Non sempre
<b>È un argomento presente nei libri di testo di Matematica?</b>	<input type="checkbox"/> No		<input type="checkbox"/> Non sempre		<input checked="" type="checkbox"/> Sempre
<b>Verifica conoscenze / abilità / competenze fondamentali?</b>	<input checked="" type="checkbox"/> Sì		<input type="checkbox"/> Solo parzialmente		<input type="checkbox"/> No
<b>Per la risoluzione del quesito è utile una calcolatrice grafica?</b>	<input checked="" type="checkbox"/> Sì		<input type="checkbox"/> No		<input type="checkbox"/> Parzialmente