

Esame di Stato 2019 – Liceo scientifico – 20 giugno 2019

Prova scritta di MATEMATICA e FISICA

QUESITO 1 – soluzione a cura di L. Tomasi

1. Una data funzione è esprimibile nella forma $f(x) = \frac{p(x)}{x^2+d}$, dove $d \in \mathbb{R}$ e $p(x)$ è un polinomio. Il grafico di f interseca l'asse x nei punti di ascisse 0 e $12/5$ ed ha come asintoti le rette di equazione $x = 3$, $x = -3$ e $y = 5$. Determinare i punti di massimo e di minimo relativi della funzione f .

Soluzione

Affinché la funzione abbia per asintoto orizzontale la retta di equazione $y=5$, non ci possono essere asintoti obliqui e quindi il grado del numeratore deve essere 2. Il numeratore deve avere come fattori x e $x - \frac{12}{5}$.

Per avere come asintoti verticali le rette di equazione $x = 3$ e $x = -3$, si deve avere $d = -9$.

Pertanto si ottiene $f(x) = \frac{5x\left(x - \frac{12}{5}\right)}{x^2 - 9} = \frac{x(5x - 12)}{x^2 - 9}$

La funzione ottenuta diventa pertanto:

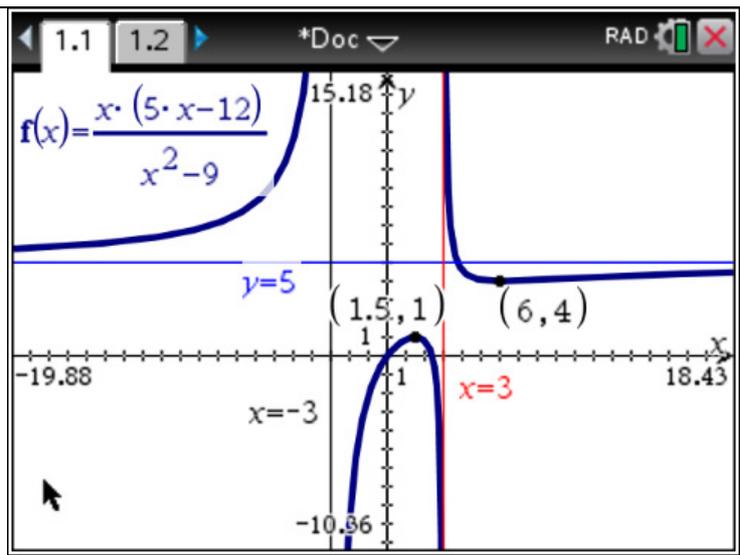
$$f(x) = \frac{x(5x-12)}{x^2-9}$$

La derivata prima è data da

$$f'(x) = \frac{6(2x^2-15x+18)}{(x^2-9)^2}$$

La derivata prima si annulla (nel dominio) nel punto $x = 3/2$ e nel punto $x = 6$; il massimo rel. vale 1 e il minimo relativo vale 4.

Vedi la figura a fianco ottenuta con la calcolatrice grafica TI-Nspire CX.



Commento sul quesito 1

Livello di difficoltà stimato del quesito: medio/basso.

L'argomento è presente nel QdR di Matematica.

Di solito, viene svolto nella pratica didattica usuale.

Per la risoluzione del problema è utile usare una calcolatrice grafica perché è immediato ottenere il grafico della funzione richiesta.