**Esame di Stato 2019 – Liceo scientifico – 20 giugno 2019**

**Prova scritta di MATEMATICA e FISICA**

**QUESITO 3 –** soluzione a cura di L. Rossi e L. Tomasi

> 3. Tra tutti i parallelepipedi rettangoli a base quadrata, con superficie totale di area $S$, determinare quello per cui la somma delle lunghezze degli spigoli è minima.

## Soluzione

Indicato con $x$ lo spigolo di base e con $h$ lo spigolo laterale, dalla formula della superficie totale (nota) S del parallelepipedo:

$$S = 2x^2 + 4xh$$

si esplicita $h$:

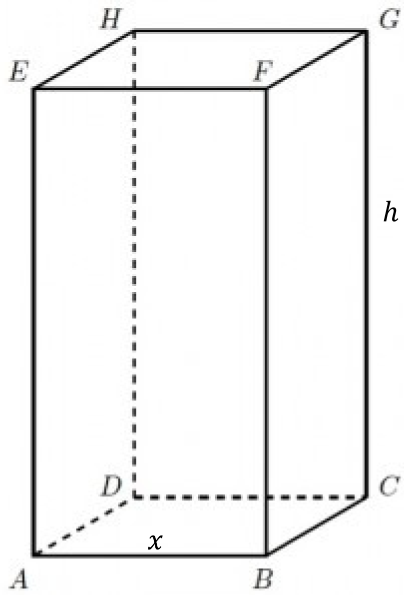
$$h = \frac{S - 2x^2}{4x}$$

Limitazioni dell'incognita: $0 < x \leq \sqrt{\frac{S}{2}}$.

La funzione da minimizzare è quella che esprime la somma degli spigoli:

$$f(x) = 8x + 4h = 8x + 4 \cdot \frac{S - 2x^2}{4x} = 6x + \frac{S}{x}.$$

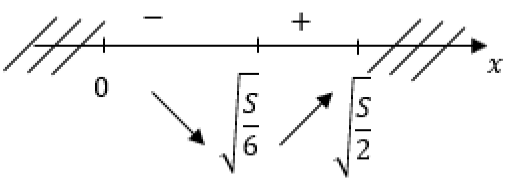
La funzione $f(x)$ ha per grafico un arco di iperbole non equilatera con $0 < x \leq \sqrt{\frac{S}{2}}$.



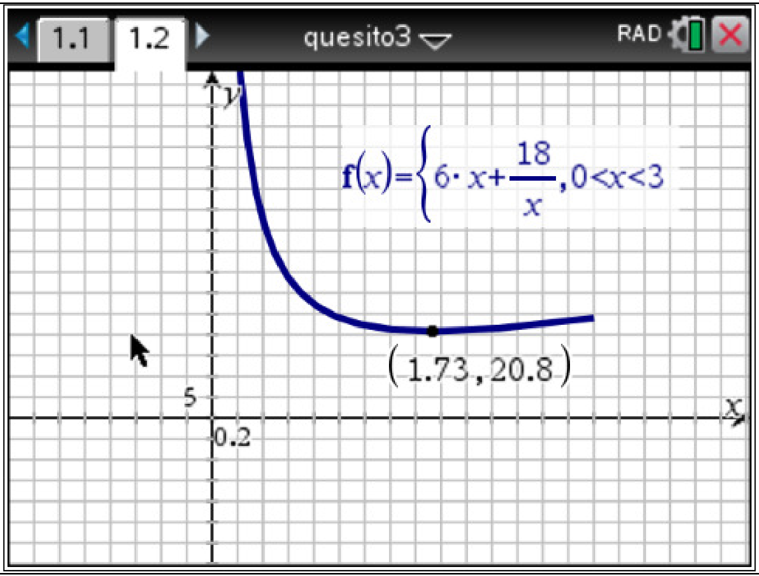

Studiando la derivata prima e il relativo segno nelle limitazioni dell'incognita si ottiene:

$$f'(x) = 6 - \frac{S}{x^2} = \frac{6x^2 - S}{x^2}.$$

La derivata prima ha il seguente segno:




Quindi la somma degli spigoli risulta minima quando $x = \sqrt{\frac{S}{6}}$ e $h = \sqrt{\frac{S}{6}}$; pertanto il parallelepipedo di data superficie totale S per il quale risulta minima la somma degli spigoli è un cubo di spigolo $\sqrt{\frac{S}{6}}$.

| | |
|---|---|
| Anche se non era richiesto, si poteva tracciare il grafico della funzione $f(x)$, fissando un valore per la superficie totale $S$. Si poteva quindi ottenere il grafico indicato qui a fianco e il punto di minimo (abbiamo posto $S$=18). |   |

**Commento sul quesito 3**

Livello di difficoltà stimato del quesito: medio.

L'argomento è presente nel QdR di Matematica al V anno ed è un argomento fondamentale.

In questo quesito non ci sono, a priori, dei grafici da fare. Tuttavia, per la risoluzione del quesito, si può usare la calcolatrice grafica che offre la possibilità di disegnare immediatamente il grafico della funzione ed ottenere il punto di minimo.