

**Esame di Stato - sessione straordinaria - seconda prova scritta-
Liceo Scientifico - Liceo Scientifico opzione Scienze Applicate -
Liceo Scientifico Sezione ad indirizzo sportivo - Prova scritta di
Matematica e Fisica - 20 settembre 2019**

QUESITO 4 - soluzione a cura di C.N. Colacino

4. Dopo aver verificato che il punto $T(1; 0; 1)$ appartiene al piano $\pi : x - 2y + 2z = 3$, determinare l'equazione della superficie sferica passante per il punto $P(1; 0; 5)$ e tangente in T al piano π .

Soluzione. Per verificare che il punto T appartiene al piano π sostituisco nell'equazione del piano le coordinate di T e vedo se l'equazione è verificata: $1 + 2 = 3$, pertanto il punto T appartiene al piano π .

La superficie sferica tangente a π in T ha centro che giace sulla retta passante per T e perpendicolare a π , ossia la retta r di equazioni parametriche:

$$s : \begin{cases} x = 1 + k \\ y = -2k \\ z = 1 + 2k \end{cases}$$

Inoltre la distanza dal centro, che indichiamo con $C(x_c; y_c; z_c)$ dai punti P e T dev'essere la stessa, e deve corrispondere al raggio della sfera. Essendo la distanza una quantità positiva, l'uguaglianza di due radici quadrate corrisponde all'uguaglianza dei radicandi:

$$(x_c - 1)^2 + y_c^2 + (z_c - 1)^2 = (x_c - 1)^2 + y_c^2 + (z_c - 5)^2$$

ossia

$$(z_c - 1)^2 = (z_c - 5)^2$$

da cui si ricava che $z_c = 3$ e pertanto il centro della sfera è quel punto che nelle equazioni parametriche della retta corrisponde a $k = 1$, ossia $C(2; -2; 3)$.

Il raggio della sfera è la distanza del centro dal punto T ossia

$$r = \sqrt{(2 - 1)^2 + (-2 - 0)^2 + (3 - 1)^2} = \sqrt{9} = 3.$$

L'equazione della superficie sferica cercata pertanto è:

$$(x - 2)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 9,$$

che può essere scritta anche come

$$x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 4y - 6z + 8 = 0.$$