Esame di Stato – sessione suppletiva - seconda prova scritta - Liceo scientifico (tutti gli indirizzi) - Prova scritta di Matematica e Fisica – 4 luglio 2019

QUESITO 2 - soluzione di L. Tomasi

2. È assegnata la funzione $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ così definita:

$$f(x) = \int_1^x e^{t^2} dt$$

Studiare il segno della funzione f e provare che essa è crescente. Determinare il valore di

$$\int_0^1 \frac{f''(x)}{f'(x)} dx$$

MIUR

Soluzione

La funzione $f(x)$ è una funzione integrale, che ha come dominio l'insieme $\mathbb{R}$.

Si ha

$$f(1) = \int_1^1 e^{t^2} dt = 0\,.$$

La sua derivata prima è

$$f'(x) = e^{x^2}$$

sempre positiva; quindi la funzione $f(x)$ è crescente in senso stretto in tutto il dominio.

La sua derivata seconda è:

$$f''(x) = 2xe^{x^2}.$$

Pertanto la funzione $f(x)$ è convessa per $x > 0$ ed è concava per $x < 0$. Il punto $x = 0$ è un punto di flesso ascendente. Riportiamo il grafico di $f(x)$ in figura.

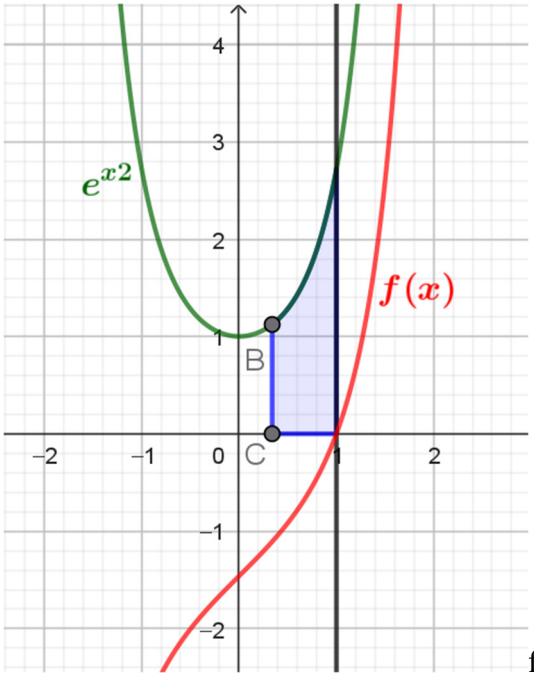

figura 1

Calcoliamo ora l'integrale richiesto:

$$\int_0^1 \frac{f''(x)}{f'(x)} dx = \int_0^1 \frac{2xe^{x^2}}{e^{x^2}} dx = \int_0^1 2x\, dx = [x^2]_0^1 = 1.$$

Tabella di analisi del quesito

Livello di difficoltà stimato	☐ Basso	☒ Medio	☐ Alto	☐ Molto alto
Formulazione del quesito	☐ Scorretta	☐ Ambigua	☐ Poco chiara	☒ Corretta / ☐ Molto chiara
L'argomento è presente nelle Indicazioni Nazionali	☒ Sì	☐ No	☐ Non è esplicitato / Non è chiaro	
L'argomento è presente nel QdR di Matematica	☒ Sì	☐ No	☐ Non è esplicitato / Non è chiaro	
Di solito, viene svolto nella pratica didattica usuale?	☒ Sì	☐ No	☐ Non sempre	
È un argomento presente nei libri di testo di Matematica?	☐ No	☐ Non sempre	☒ Sempre	
Verifica conoscenze / abilità/ competenze fondamentali?	☒ Sì	☐ Solo parzialmente	☐ No	
Per la risoluzione del quesito è utile una calcolatrice grafica?	☒ Sì	☐No	☐ Parzialmente	