

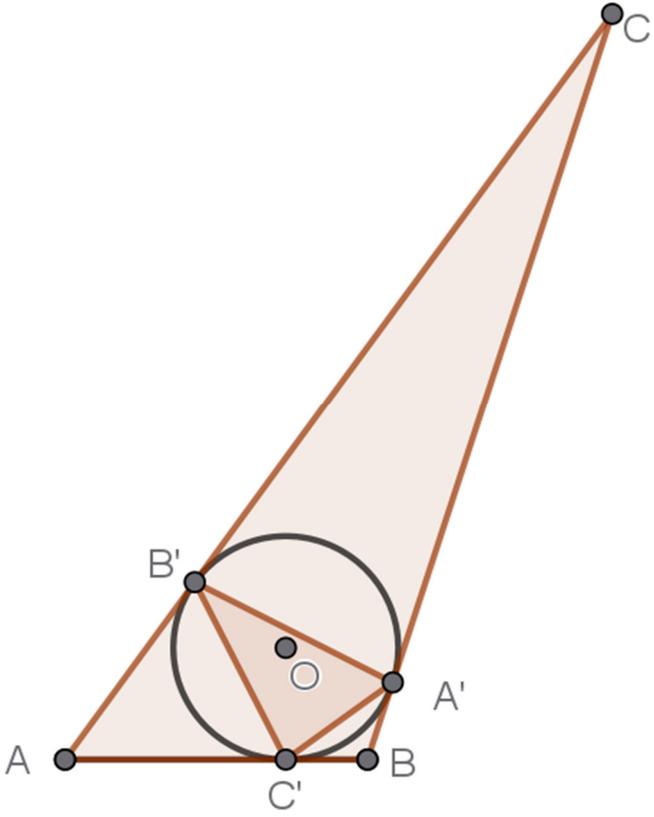
Esame di Stato – sessione straordinaria - seconda prova scritta - Liceo scientifico (tutti gli indirizzi) - Prova scritta di Matematica – 14 settembre 2023

QUESITO 1 - soluzione di L. Tomasi

1. Nel triangolo ABC , l'ampiezza di uno dei tre angoli è la metà di un secondo angolo del triangolo ed è pari al triplo del terzo angolo. Detti A' , B' , C' i punti di tangenza tra i lati di ABC ed il suo cerchio inscritto, determinare le ampiezze degli angoli del triangolo $A'B'C'$.

Soluzione

Costruiamo la figura. Si osserva che il triangolo deve essere ottusangolo,

 <p>figura 1</p>	<p>Indichiamo gli angoli in A, B, C rispettivamente con α, β e γ.</p> <p>Nel triangolo ABC si ha, per ipotesi:</p> $\begin{cases} \alpha = \frac{1}{2}\beta \\ \alpha = 3\gamma \end{cases}$ <p>Ne segue che $\beta = 2\alpha$ e $\gamma = \frac{1}{3}\alpha$.</p> <p>Pertanto</p> $\alpha + 2\alpha + \frac{1}{3}\alpha = \pi$ <p>e quindi</p> $\alpha = \frac{3}{10}\pi$ <p>ossia, in gradi sessagesimali, si ottiene $\alpha = 54^\circ$, da cui segue $\beta = 108^\circ$ e $\gamma = 18^\circ$ (figura 1).</p>
--	---

Consideriamo ora la circonferenza inscritta e il triangolo $A'B'C'$ che ha come vertici i punti di tangenza della circonferenza inscritta con i lati del triangolo.

Osserviamo che i triangoli $AC'B'$, $BA'C'$ e $CB'A'$ sono isosceli perché i segmenti di tangente condotti da un punto a una circonferenza sono congruenti.

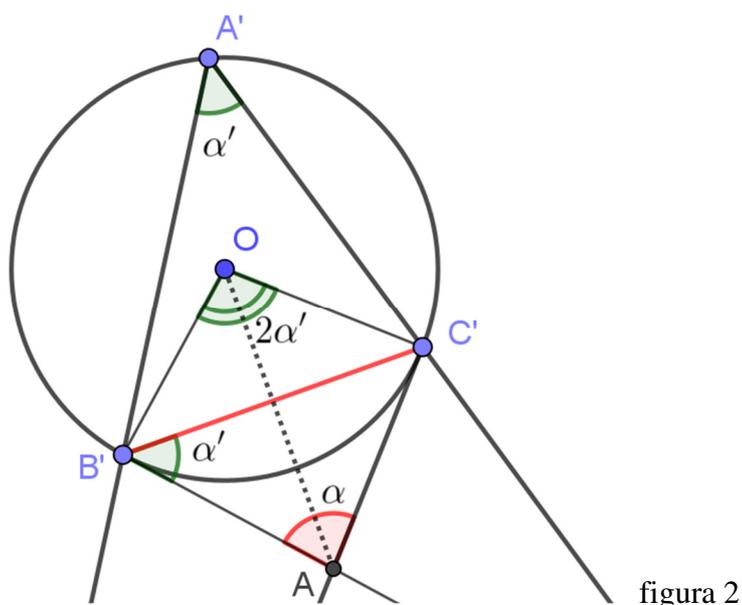
Pertanto l'angolo in $AB'C'$ è uguale all'angolo in A' e quindi l'angolo in A è

$$\alpha = \pi - 2\alpha'$$

da cui si ricava

$$\alpha' = \frac{1}{2}(\pi - \alpha)$$

e analogamente per gli altri due angoli (vedi anche figura 2).



Si ha pertanto:

$$\alpha' = \frac{1}{2}(\pi - \alpha) = \frac{1}{2}(180^\circ - 54^\circ) = \frac{1}{2} \cdot 126^\circ = 63^\circ$$

$$\beta' = \frac{1}{2}(\pi - \beta) = \frac{1}{2}(180^\circ - 108^\circ) = \frac{1}{2} \cdot 72^\circ = 36^\circ$$

$$\gamma' = \frac{1}{2}(\pi - \gamma) = \frac{1}{2}(180^\circ - 18^\circ) = \frac{1}{2} \cdot 162^\circ = 81^\circ.$$

Argomento: geometria sintetica del piano; angoli al centro e angoli alla circonferenza.

Tabella di analisi del quesito

Livello di difficoltà stimato	<input type="checkbox"/> Basso	<input type="checkbox"/> Medio	<input checked="" type="checkbox"/> Alto	<input type="checkbox"/> Molto alto
Formulazione del quesito	<input type="checkbox"/> Scorretta	<input type="checkbox"/> Ambigua	<input type="checkbox"/> Poco chiara	<input checked="" type="checkbox"/> Corretta <input type="checkbox"/> Molto chiara
L'argomento è presente nelle Indicazioni Nazionali	<input checked="" type="checkbox"/> Sì		<input type="checkbox"/> No	
L'argomento è presente nel QdR di Matematica	<input checked="" type="checkbox"/> Sì		<input type="checkbox"/> No	
Di solito, viene svolto nella pratica didattica usuale?	<input type="checkbox"/> Sì		<input type="checkbox"/> No	
È un argomento presente nei libri di testo di Matematica?	<input type="checkbox"/> No		<input type="checkbox"/> Non sempre	
Verifica conoscenze / abilità/ competenze fondamentali?	<input checked="" type="checkbox"/> Sì		<input type="checkbox"/> Solo parzialmente	
Per la risoluzione del quesito è utile una calcolatrice grafica?	<input type="checkbox"/> Sì		<input checked="" type="checkbox"/> No	
			<input type="checkbox"/> Parzialmente	