

**Esame di Stato – sessione straordinaria - seconda prova scritta - Liceo scientifico (tutti gli indirizzi) - Prova scritta di Matematica – 14 settembre 2023**

**QUESITO 2 - soluzione di L. Tomasi**

2. Una classe è formata da 18 studenti; durante la lezione di musica, vengono creati (in modo completamente casuale) tre gruppi formati rispettivamente da 5, 6 e 7 studenti. Se Alice, Barbara e Chiara sono tre studentesse della classe, determinare la probabilità che solo due di loro facciano parte di uno stesso gruppo.

Il numero dei casi possibili nella formazione dei 3 gruppi è il seguente

$$C_{18,5} \cdot C_{13,6} \cdot C_{7,7} = \binom{18}{5} \cdot \binom{13}{6} \cdot \binom{7}{7} = 8568 \cdot 1716 = 14.702.688.$$

Determiniamo ora il numero di casi in cui  $A$  e  $B$  (Alice e Barbara) stanno nel primo gruppo (da 5) e  $C$  in uno degli altri due gruppi. Il numero è dato da:

$$C_{15,3} \cdot C_{13,6} \cdot C_{7,7} = \binom{15}{3} \cdot \binom{13}{6} \cdot \binom{7}{7}$$

Infatti, se nel primo gruppo, da 5 componenti, c'è la coppia  $A, B$ , allora il primo gruppo può essere formato in  $C_{15,3}$  modi, aggiungendo altri 3 componenti scelti tra i 16 rimanenti componenti, tranne  $C$  (Chiara) e quindi scegliendoli tra 15: si ottiene il numero  $C_{15,3}$ . Gli altri gruppi (da 6 e da 7) si ottengono nello stesso modo, come visto in precedenza.

Determiniamo ora il numero di casi in cui  $A$  e  $B$  stanno nel secondo gruppo (da 6) e  $C$  in uno degli altri due gruppi. Il numero è dato da:

$$C_{15,4} \cdot C_{12,5} \cdot C_{7,7} = \binom{15}{4} \cdot \binom{12}{5} \cdot \binom{7}{7}.$$

Infatti, se nel secondo gruppo, da 6 componenti, c'è la coppia  $A, B$ , allora il secondo gruppo può essere formato in  $C_{15,4}$  modi, aggiungendo altri 4 componenti scelti tra i 16 rimanenti componenti, tranne  $C$  (e quindi scegliendoli tra 15).

Determiniamo ora il numero di casi in cui  $A$  e  $B$  stanno nel terzo gruppo (da 7) e  $C$  negli altri due gruppi. Il numero è dato da:

$$C_{15,5} \cdot C_{11,4} \cdot C_{7,7} = \binom{15}{5} \cdot \binom{11}{6} \cdot \binom{5}{5}.$$

Infatti, se nel terzo gruppo, da 7 componenti, c'è la coppia  $A, B$ , allora il terzo gruppo può essere formato in  $C_{15,5}$  modi, aggiungendo altri 5 componenti scelti tra i 16 rimanenti componenti, tranne  $C$  (e quindi scegliendoli tra 15).

Abbiamo ragionato solo sulla coppia  $A, B$ , ma ci sono anche altre due coppie, che sono  $A, C$  e  $B, C$ .

Il numero di casi favorevoli è pertanto

$$3 \cdot (C_{15,3} \cdot C_{13,6} \cdot C_{7,7} + C_{15,4} \cdot C_{12,5} \cdot C_{7,7} + C_{15,5} \cdot C_{11,6} \cdot C_{5,5})$$

La probabilità richiesta è pertanto

$$\begin{aligned}
 p(\text{solo 2, su 3, nello stesso gruppo}) &= \\
 &= \frac{3 \cdot (C_{15,3} \cdot C_{13,6} \cdot C_{7,7} + C_{15,4} \cdot C_{12,5} \cdot C_{7,7} + C_{15,5} \cdot C_{11,6} \cdot C_{5,5})}{C_{18,5} \cdot C_{13,6} \cdot C_{7,7}} \\
 &= \frac{3 \cdot (C_{15,3} \cdot C_{13,6} + C_{15,4} \cdot C_{12,5} + C_{15,5} \cdot C_{11,6})}{C_{18,5} \cdot C_{13,6}} = \\
 &= \frac{3 \cdot (455 \cdot 1716 + 1365 \cdot 792 + 3003 \cdot 462)}{8568 \cdot 1716} = \\
 &= \frac{3 \cdot (455 \cdot 1716 + 1365 \cdot 792 + 3003 \cdot 462)}{8568 \cdot 1716} = \frac{541}{816} \approx 0,663 \approx 66,3\%.
 \end{aligned}$$

Argomento prevalente: calcolo combinatorio; calcolo delle probabilità.

#### Tabella di analisi del quesito

<b>Livello di difficoltà stimato</b>	<input type="checkbox"/> Basso	<input type="checkbox"/> Medio	<input checked="" type="checkbox"/> Alto	<input type="checkbox"/> Molto alto	
<b>Formulazione del quesito</b>	<input type="checkbox"/> Scorretta	<input type="checkbox"/> Ambigua	<input type="checkbox"/> Poco chiara	<input checked="" type="checkbox"/> Corretta	<input type="checkbox"/> Molto chiara
<b>L'argomento è presente nelle Indicazioni Nazionali</b>	<input checked="" type="checkbox"/> Sì		<input type="checkbox"/> No		<input type="checkbox"/> Non è esplicitato / Non è chiaro
<b>L'argomento è presente nel QdR di Matematica</b>	<input checked="" type="checkbox"/> Sì		<input type="checkbox"/> No		<input type="checkbox"/> Non è esplicitato / Non è chiaro
<b>Di solito, viene svolto nella pratica didattica usuale?</b>	<input checked="" type="checkbox"/> Sì		<input type="checkbox"/> No		<input type="checkbox"/> Non sempre
<b>È un argomento presente nei libri di testo di Matematica?</b>	<input type="checkbox"/> No		<input type="checkbox"/> Non sempre		<input checked="" type="checkbox"/> Sempre
<b>Verifica conoscenze / abilità/ competenze fondamentali?</b>	<input checked="" type="checkbox"/> Sì		<input type="checkbox"/> Solo parzialmente		<input type="checkbox"/> No
<b>Per la risoluzione del quesito è utile una calcolatrice grafica?</b>	<input type="checkbox"/> Sì		<input checked="" type="checkbox"/> No		<input type="checkbox"/> Parzialmente