

**Esame di Stato – sessione straordinaria - seconda prova scritta - Liceo scientifico (tutti gli indirizzi) - Prova scritta di Matematica – 14 settembre 2023**

**QUESITO 3 - soluzione di L. Tomasi**

3. Assegnate le rette  $r : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = t \\ z = 1 + 4t \end{cases}$ ,  $s : \begin{cases} x = 1 \\ 2y - z = 3 \end{cases}$  con  $t$  parametro reale, determinare

l'equazione cartesiana del piano  $\pi$  contenente  $r$  e parallelo ad  $s$ .

**Soluzione**

Consideriamo la retta  $r$ , che ha equazioni parametriche

$$: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = t \\ z = 1 + 4t \end{cases}$$

Sostituendo nelle equazioni della retta  $s$ , otteniamo

$$\begin{cases} 1 + t = 1 \\ 2t - 1 - 4t = 3 \end{cases}$$

che è impossibile, perché si ottiene  $t = 0$  e  $t = -2$ .

Le rette  $r$  ed  $s$  non sono incidenti e nemmeno parallele; sono quindi sghembe.

Posto  $z = t$ , scriviamo le equazioni della retta  $s$  sotto forma parametrica:

$$\begin{cases} x = 1 \\ y = \frac{3}{2} + \frac{1}{2}t \\ z = t \end{cases}$$

Consideriamo il fascio di piani di sostegno  $r$ :

$$r: \begin{cases} x = 1 + y \\ z = 1 + 4y \end{cases}$$

ossia

$$r: \begin{cases} x - y - 1 = 0 \\ 4y - z + 1 = 0 \end{cases}$$

Fascio di piani di sostegno  $r$ :

$$\alpha: x - y - 1 + k(4y - z + 1) = 0$$

che scriviamo nella forma

$$x + (4k - 1)y - kz + k - 1 = 0.$$

Questo piano è parallelo alla retta  $s$  se e solo se un vettore  $\vec{v}$  normale al piano  $\alpha$  è ortogonale a un vettore  $\vec{u}$  direzione della retta  $s$ , ovvero se è nullo il loro prodotto scalare:

$$\frac{1}{2}(4k - 1) - k = 0$$

$$2k - \frac{1}{2} - k = 0$$

$$k = \frac{1}{2}.$$

Si ottiene quindi il piano  $\pi$ :

$$2x + 2y - z = 1.$$

Argomento: geometria analitica dello spazio; rette e piani nello spazio.

**Tabella di analisi del quesito**

<b>Livello di difficoltà stimato</b>	<input type="checkbox"/> Basso	<input checked="" type="checkbox"/> Medio	<input type="checkbox"/> Alto	<input type="checkbox"/> Molto alto	
<b>Formulazione del quesito</b>	<input type="checkbox"/> Scorretta	<input type="checkbox"/> Ambigua	<input type="checkbox"/> Poco chiara	<input checked="" type="checkbox"/> Corretta	<input type="checkbox"/> Molto chiara
<b>L'argomento è presente nelle Indicazioni Nazionali</b>	<input checked="" type="checkbox"/> Sì		<input type="checkbox"/> No		<input type="checkbox"/> Non è esplicitato / Non è chiaro
<b>L'argomento è presente nel QdR di Matematica</b>	<input checked="" type="checkbox"/> Sì		<input type="checkbox"/> No		<input type="checkbox"/> Non è esplicitato / Non è chiaro
<b>Di solito, viene svolto nella pratica didattica usuale?</b>	<input type="checkbox"/> Sì		<input type="checkbox"/> No		<input checked="" type="checkbox"/> Non sempre
<b>È un argomento presente nei libri di testo di Matematica?</b>	<input type="checkbox"/> No		<input type="checkbox"/> Non sempre		<input checked="" type="checkbox"/> Sempre
<b>Verifica conoscenze / abilità/ competenze fondamentali?</b>	<input checked="" type="checkbox"/> Sì		<input type="checkbox"/> Solo parzialmente		<input type="checkbox"/> No
<b>Per la risoluzione del quesito è utile una calcolatrice grafica?</b>	<input checked="" type="checkbox"/> Sì		<input type="checkbox"/> No		<input type="checkbox"/> Parzialmente