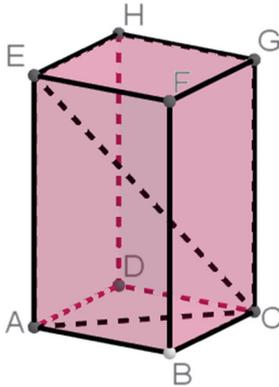


**Esame di Stato – sessione straordinaria - seconda prova scritta - Liceo scientifico (tutti gli indirizzi) - Prova scritta di Matematica – 14 settembre 2023**

**QUESITO 4 - soluzione di L. Tomasi**

4. Tra tutti i parallelepipedi rettangoli a base quadrata di diagonale fissata  $d$ , dimostrare che il cubo è quello di volume massimo.

Costruiamo la figura di un parallelepipedo rettangolo a base quadrata.



Indichiamo con  $x$  la misura dello spigolo di base  $AB$ , con  $h$  la misura dell'altezza  $AE$  e con  $d$  la misura della diagonale  $CE$ .

Ne segue, che  $AC = x\sqrt{2}$ ,  $h = \sqrt{d^2 - 2x^2}$  e il volume del parallelepipedo è dato da

$$V(x) = x^2 \sqrt{d^2 - 2x^2}$$

con  $0 \leq x \leq \frac{d}{\sqrt{2}}$ .

Calcoliamo la derivata prima del volume

$$V'(x) = 2x\sqrt{d^2 - 2x^2} - \frac{2x^3}{\sqrt{d^2 - 2x^2}} = \frac{2x(d^2 - 3x^2)}{\sqrt{d^2 - 2x^2}}.$$

Poiché per ipotesi  $x \geq 0$ ,  $V'(x) \geq 0$  per  $0 < x < \frac{d}{\sqrt{3}}$  e negativa o nulla altrimenti.

Ne segue che il volume del parallelepipedo è massimo per

$$x = \frac{d}{\sqrt{3}}.$$

In tale ipotesi si ha

$$h = \sqrt{d^2 - \frac{2d^2}{3}} = \frac{d}{\sqrt{3}}.$$

Quindi il parallelepipedo rettangolo è un cubo di spigolo  $x = \frac{d}{\sqrt{3}}$  e il volume massimo è

$$V_{max} = \left(\frac{d}{\sqrt{3}}\right)^3 = \frac{d^3}{3\sqrt{3}}.$$

Argomento. Problema di massimo (con l'uso delle derivate).

### Tabella di analisi del quesito

<b>Livello di difficoltà stimato</b>	<input checked="" type="checkbox"/> Basso	<input type="checkbox"/> Medio	<input type="checkbox"/> Alto	<input type="checkbox"/> Molto alto	
<b>Formulazione del quesito</b>	<input type="checkbox"/> Scorretta	<input type="checkbox"/> Ambigua	<input type="checkbox"/> Poco chiara	<input type="checkbox"/> Corretta	<input checked="" type="checkbox"/> Molto chiara
<b>L'argomento è presente nelle Indicazioni Nazionali</b>	<input checked="" type="checkbox"/> Sì		<input type="checkbox"/> No		<input type="checkbox"/> Non è esplicitato / Non è chiaro
<b>L'argomento è presente nel QdR di Matematica</b>	<input checked="" type="checkbox"/> Sì		<input type="checkbox"/> No		<input type="checkbox"/> Non è esplicitato / Non è chiaro
<b>Di solito, viene svolto nella pratica didattica usuale?</b>	<input checked="" type="checkbox"/> Sì		<input type="checkbox"/> No		<input type="checkbox"/> Non sempre
<b>È un argomento presente nei libri di testo di Matematica?</b>	<input type="checkbox"/> No		<input type="checkbox"/> Non sempre		<input checked="" type="checkbox"/> Sempre
<b>Verifica conoscenze / abilità/ competenze fondamentali?</b>	<input checked="" type="checkbox"/> Sì		<input type="checkbox"/> Solo parzialmente		<input type="checkbox"/> No
<b>Per la risoluzione del quesito è utile una calcolatrice grafica?</b>	<input type="checkbox"/> Sì		<input checked="" type="checkbox"/> No		<input type="checkbox"/> Parzialmente