

Esame di Stato – seconda prova scritta - Liceo Scientifico
Prova scritta di Matematica - 20 giugno 2024

QUESITO 2 - soluzione a cura di Laura Rossi

2. Si lancia 5 volte una moneta truccata che dà testa con probabilità p .
- Qual è la probabilità di ottenere testa esattamente 2 volte?
 - Per quale valore di p la probabilità di ottenere testa esattamente 2 volte è massima?

Soluzione

Supposto $0 < p < 1$, la probabilità che esca testa esattamente 2 volte in lanci prestabiliti (ad esempio al primo e al secondo) è $p^2(1 - p)^3$. La probabilità che esca testa esattamente 2 volte in lanci non prestabiliti è quindi $\binom{5}{2} p^2(1 - p)^3$.

Per stabilire per quale valore di p tale probabilità è massima studiamo il segno della derivata della funzione $f(p) = \binom{5}{2} p^2(1 - p)^3$ con $0 < p < 1$;

$$f'(p) = \binom{5}{2} [2p(1 - p)^3 - 3p^2(1 - p)^2] = \binom{5}{2} p(1 - p)^2(2 - 5p)$$

$f'(p) > 0$ per $0 < p < \frac{2}{5}$ e $f'(p) < 0$ per $\frac{2}{5} < p < 1$, dunque la probabilità che esca testa esattamente 2 volte è massima per $p = \frac{2}{5}$.

Tabella di analisi del quesito

Livello di difficoltà stimato	<input type="checkbox"/> Basso	<input checked="" type="checkbox"/> Medio	<input type="checkbox"/> Alto	<input type="checkbox"/> Molto alto	
Formulazione del problema	<input type="checkbox"/> Scorretta	<input type="checkbox"/> Ambigua	<input type="checkbox"/> Poco chiara	<input type="checkbox"/> Corretta	<input checked="" type="checkbox"/> Molto chiara
L'argomento è presente nelle Indicazioni Nazionali	<input checked="" type="checkbox"/> Sì		<input type="checkbox"/> No	<input type="checkbox"/> Non è esplicitato / Non è chiaro	
L'argomento è presente nel QdR di Matematica	<input checked="" type="checkbox"/> Sì		<input type="checkbox"/> No	<input type="checkbox"/> Non è esplicitato / Non è chiaro	
Di solito, viene svolto nella pratica didattica usuale?	<input checked="" type="checkbox"/> Sì		<input type="checkbox"/> No	<input type="checkbox"/> Non sempre	
È un argomento presente nei libri di testo di Matematica?	<input type="checkbox"/> No		<input type="checkbox"/> Non sempre	<input checked="" type="checkbox"/> Sempre	
Verifica conoscenze / abilità/ competenze fondamentali?	<input checked="" type="checkbox"/> Sì		<input type="checkbox"/> Solo parzialmente	<input type="checkbox"/> No	
Per la risoluzione del quesito è utile una calcolatrice grafica?	<input type="checkbox"/> Sì		<input checked="" type="checkbox"/> No		<input type="checkbox"/> Parzialmente