

Esame di Stato – sessione suppletiva - seconda prova scritta - Liceo scientifico (tutti gli indirizzi) - Prova scritta di Matematica – 4 luglio 2024

QUESITO 3 - soluzione di L. Tomasi

3. Verificare che i punti $O(0,0,0)$, $A(1,4,8)$, $B(-6,0,12)$ e $C(-7,-4,4)$ sono complanari. Calcolare area e perimetro del quadrilatero $OABC$ e classificarlo.

Soluzione

Per verificare che questi quattro punti sono complanari si può trovare l'equazione del piano passante per i punti O , A e B e verificare che questo piano passa anche per il punto C .

Indicato con

$$ax + by + cz + d = 0$$

l'equazione di un piano, imponendo il passaggio per i primi tre punti si ottiene

$$\begin{cases} d = 0 \\ a + 4b + 8c = 0 \\ -6a + 12c = 0 \end{cases}$$

da cui segue

$$\begin{cases} d = 0 \\ a + 4b + 8c = 0 \\ a = 2c \end{cases}$$

e

$$\begin{cases} d = 0 \\ b = -\frac{5}{2}c \\ a = 2c \end{cases}$$

Si ottiene

$$2cx - \frac{5}{2}cy + cz = 0$$

ossia

$$4x - 5y + 2z = 0.$$

Si vede immediatamente, sostituendo, che anche il punto C appartiene a questo piano.

Il vettore OA ha come componenti

$$(1,4,8)$$

Il vettore BC ha come componenti

$$(-1, -4, -8)$$

ed è parallelo al vettore OA ed ha lo stesso modulo di OA .

Pertanto il quadrilatero $OABC$ è un parallelogramma.

vg

Il vettore OA non è perpendicolare al vettore AB .

Il vettore AB ha per componenti

$$(-7, -4, 4)$$

e modulo 9.

Il vettore OA ha modulo 9.

Quindi il quadrilatero è un rombo (non quadrato).

Il perimetro del rombo è 36.

L'area è data dalla seguente formula

$$S = 81 \cdot \sin \widehat{AOC}$$

Il vettore OC ha come componenti $(-7, -4, 4)$.

Il prodotto scalare di OA ed OC è

$$\vec{OA} \cdot \vec{OC} = 9 = 81 \cdot \cos \widehat{AOC}$$

Quindi

$$\cos \widehat{AOC} = \frac{1}{9}$$

e

$$\sin \widehat{AOC} = \frac{4}{9}\sqrt{5}$$

Pertanto l'area del rombo è:

$$S = 81 \cdot \sin \widehat{AOC} = 81 \cdot \frac{4}{9}\sqrt{5} = 36\sqrt{5}.$$

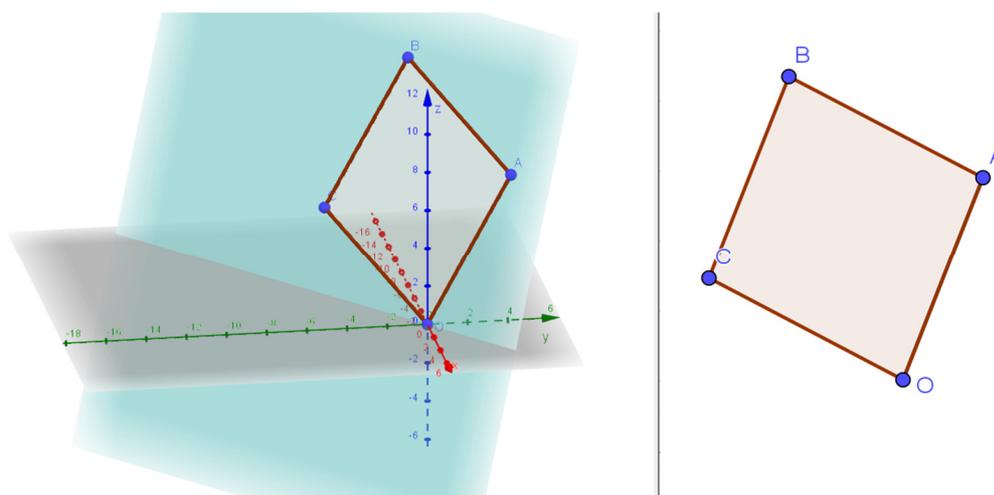


Tabella di analisi del quesito

Livello di difficoltà stimato	<input type="checkbox"/> Basso	<input type="checkbox"/> Medio	<input checked="" type="checkbox"/> Alto	<input type="checkbox"/> Molto alto
Formulazione del quesito	<input type="checkbox"/> Scorretta	<input type="checkbox"/> Ambigua	<input type="checkbox"/> Poco chiara	<input type="checkbox"/> Corretta <input checked="" type="checkbox"/> Molto chiara
L'argomento è presente nelle Indicazioni Nazionali	<input checked="" type="checkbox"/> Sì		<input type="checkbox"/> No	<input type="checkbox"/> Non è esplicitato / Non è chiaro
L'argomento è presente nel QdR di Matematica	<input checked="" type="checkbox"/> Sì		<input type="checkbox"/> No	<input type="checkbox"/> Non è esplicitato / Non è chiaro
Di solito, viene svolto nella pratica didattica usuale?	<input checked="" type="checkbox"/> Sì		<input type="checkbox"/> No	<input type="checkbox"/> Non sempre
È un argomento presente nei libri di testo di Matematica?	<input type="checkbox"/> No		<input type="checkbox"/> Non sempre	<input checked="" type="checkbox"/> Sempre
Verifica conoscenze / abilità / competenze fondamentali?	<input checked="" type="checkbox"/> Sì		<input type="checkbox"/> Solo parzialmente	<input type="checkbox"/> No
Per la risoluzione del quesito è utile una calcolatrice grafica?	<input type="checkbox"/> Sì		<input checked="" type="checkbox"/> No	<input type="checkbox"/> Parzialmente