

Esame di Stato – sessione suppletiva - seconda prova scritta - Liceo scientifico (tutti gli indirizzi) - Prova scritta di Matematica – 3 luglio 2025

QUESITO 5 - soluzione di L. Tomasi

5. Determinare i valori dei parametri reali a e b della funzione $f(x) = \frac{ax^2+bx+3}{2x^2+5x-1}$ in modo che essa abbia la retta $y = 2$ come asintoto orizzontale e un punto stazionario per $x = 1$. In corrispondenza dei valori trovati, stabilire se $f(x)$ presenta ulteriori asintoti.

Soluzione

Dalle informazioni fornite, la funzione

$$f(x) = \frac{ax^2 + bx + 3}{2x^2 + 5x - 1}$$

deve come asintoto orizzontale la retta $y = 2 = \frac{a}{2}$; quindi $a = 4$.

Quindi si ha:

$$f(x) = \frac{4x^2 + bx + 3}{2x^2 + 5x - 1}$$

Il dominio della funzione è formato dai numeri reali esclusi i valori che annullano il denominatore.

Quindi

$$x \neq \frac{-5 \pm \sqrt{33}}{4}.$$

Ricaviamo la derivata prima:

$$f'(x) = \frac{(8x + b)(2x^2 + 5x - 1) - (4x^2 + bx + 3)(4x + 5)}{(2x^2 + 5x - 1)^2}.$$

Deve essere $f'(1) = 0$. Pertanto

$$\frac{6(8 + b) - 9(7 + b)}{36} = 0$$

Si ottiene

$$16 + 2b - 21 - 3b = 0$$

e $b = -5$.

Pertanto l'espressione della funzione è

$$f(x) = \frac{4x^2 - 5x + 3}{2x^2 + 5x - 1}.$$

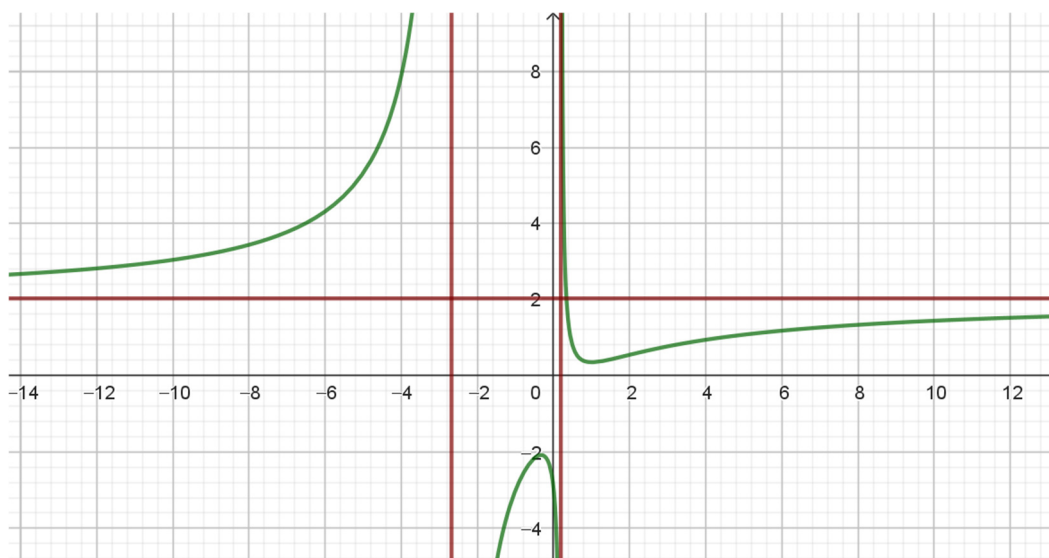
La funzione non ha zeri ed è positiva per valori esterni all'intervallo che ha per estremi $x = \frac{-5 \pm \sqrt{33}}{4}$.

Le rette di equazioni

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{33}}{4}$$

sono asintoti verticali.

Il grafico è riportato nella seguente figura.



figura

Commento. Esercizio medio basso di analisi matematica.

Tabella di analisi del quesito

Livello di difficoltà stimato	☐ Basso	☒ Medio	☐ Alto	☐ Molto alto
Formulazione del problema	☐ Scorretta	☐ Ambigua	☐ Poco chiara	☐ Corretta ☒ Molto chiara
L'argomento è presente nelle Indicazioni Nazionali	☒ Sì	☐ No	☐ Non è esplicitato / Non è chiaro	
L'argomento è presente nel QdR di Matematica	☒ Sì	☐ No	☐ Non è esplicitato / Non è chiaro	
Di solito, viene svolto nella pratica didattica usuale?	☒ Sì	☐ No	☐ Non sempre	
È un argomento presente nei libri di testo di Matematica?	☐ No	☐ Non sempre	☒ Sempre	
Verifica conoscenze / abilità / competenze fondamentali?	☒ Sì	☐ Solo parzialmente	☐ No	
Per la risoluzione del quesito è utile una calcolatrice grafica?	☒ Sì	☐ No	☐ Parzialmente	