Esame di Stato – sessione suppletiva - seconda prova scritta - Liceo scientifico (tutti gli indirizzi) - Prova scritta di Matematica – 4 luglio 2024

QUESITO 7 - soluzione di L. Tomasi

7. Un resistore di resistenza R è percorso da una corrente variabile nel tempo di intensità $I(t) = I_0\frac{a}{t}$, con $t > 0$ e le costanti positive I_0 e a espresse, rispettivamente, in ampère e in secondi. Sapendo che la potenza dissipata nel resistore per effetto Joule è $P(t) = RI^2(t)$, determinarne il valor medio nell'intervallo $[2a; 3a]$.

Soluzione

Possiamo fare un grafico dell'intensità di corrente rispetto al tempo, ossia della funzione:

$$I(t) = I_0\frac{a}{t} \qquad (t > 0).$$

Il grafico è un ramo di iperbole equilatera (figura 1).

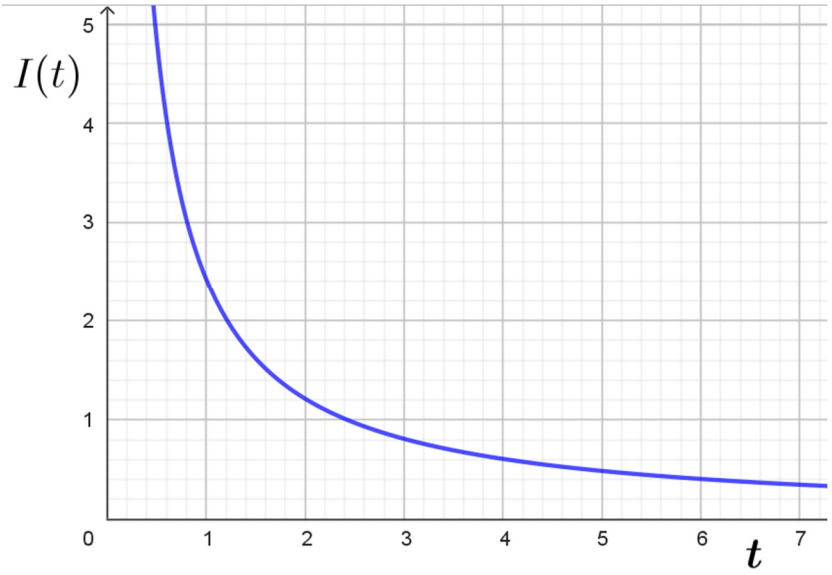

figura 1

Per determinare la potenza media dissipata occorre utilizzare il teorema del valor medio e calcolare:

$$W_m = \frac{1}{a}\int_{2a}^{3a} RI^2\,dt = \frac{1}{a}\int_{2a}^{3a} RI_0^2\frac{a^2}{t^2}\,dt = aRI_0^2\int_{2a}^{3a}\frac{1}{t^2}\,dt$$

$$W_m = aRI_0^2\left[-\frac{1}{t}\right]_{2a}^{3a} = aRI_0^2\left(-\frac{1}{3a}+\frac{1}{2a}\right) = aRI_0^2\frac{1}{6a}$$

$$W_m = \frac{1}{6}RI_0^2 \text{ (misurata in watt)}.$$

Tabella di analisi del quesito

Livello di difficoltà stimato	☐ Basso	☒ Medio	☐ Alto	☐ Molto alto	
Formulazione del quesito	☐ Scorretta	☐ Ambigua	☐ Poco chiara	☒ Corretta	☐ Molto chiara
L'argomento è presente nelle Indicazioni Nazionali	☒ Sì	☐ No		☐ Non è esplicitato / Non è chiaro	
L'argomento è presente nel QdR di Matematica	☒ Sì	☐ No		☐ Non è esplicitato / Non è chiaro	

Di solito, viene svolto nella pratica didattica usuale?	☒ Sì	☐ No	☐ Non sempre
È un argomento presente nei libri di testo di Matematica?	☐ No	☐ Non sempre	☒ Sempre
Verifica conoscenze / abilità/ competenze fondamentali?	☒ Sì	☐ Solo parzialmente	☐ No
Per la risoluzione del quesito è utile una calcolatrice grafica?	☒ Sì	☐ No	☐ Parzialmente