

Esame di Stato – sessione straordinaria - seconda prova scritta - Liceo scientifico (tutti gli indirizzi) - Prova scritta di Matematica – 11 settembre 2025

QUESITO 6 - soluzione di L. Tomasi

6. Sia γ il grafico rappresentativo della curva di equazione $xy = 3$. Determinare le coordinate del punto in cui la retta di equazione $y = 3x - 8$ è normale a γ .

Soluzione

Prima soluzione (senza l'uso delle derivate)

La curva di equazione $xy = 3$ è ovviamente un'iperbole equilatera riferita ai propri asintoti.

Intersecando con la retta di equazione $y = 3x - 8$, si ha

$$\begin{cases} xy = 3 \\ y = 3x - 8 \end{cases}$$

che fornisce l'equazione risolvente

$$x(3x - 8) = 3$$

ossia

$$3x^2 - 8x - 3 = 0$$

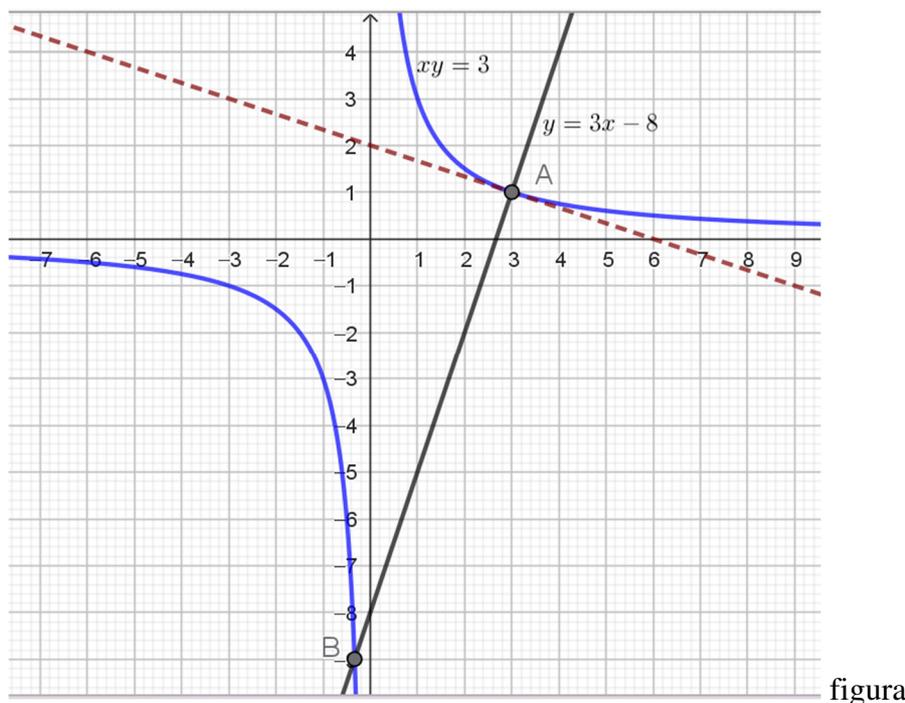
che fornisce le soluzioni $x = 3$ e $x = -\frac{1}{3}$ e i punti di coordinate $A(3,1)$ e $B(-\frac{1}{3}, -9)$.

Si vede immediatamente che l'unica soluzione accettabile è $x = 3$ (figura). In questo punto la retta tangente ha equazione

$$y - 1 = -\frac{1}{3}(x - 3)$$

ossia:

$$y = -\frac{1}{3}x + 2.$$



figura

Seconda soluzione (con l'uso delle derivate)

Poniamo

$$f(x) = \frac{3}{x}.$$

Si ha:

$$f'(x) = -\frac{3}{x^2}.$$

Poiché la retta normale alla curva in un certo punto A ha equazione $y = 3x - 8$ ne segue che in tale punto si ha

$$f'(x) = -\frac{1}{3},$$

ossia

$$-\frac{3}{x^2} = -\frac{1}{3}$$

che fornisce $x = \pm 3$, dove solo la soluzione $x = 3$ è accettabile.

Da questo momento in poi la soluzione prosegue nello stesso modo della soluzione elementare, senza l'uso delle derivate.

Argomento: geometria analitica; retta normale a una curva in un punto.

Tabella di analisi del quesito

Livello di difficoltà stimato	<input checked="" type="checkbox"/> Basso	<input type="checkbox"/> Medio	<input type="checkbox"/> Alto	<input type="checkbox"/> Molto alto	
Formulazione del quesito	<input type="checkbox"/> Scorretta	<input type="checkbox"/> Ambigua	<input type="checkbox"/> Poco chiara	<input checked="" type="checkbox"/> Corretta	<input type="checkbox"/> Molto chiara
L'argomento è presente nelle Indicazioni Nazionali	<input checked="" type="checkbox"/> Sì		<input type="checkbox"/> No		<input type="checkbox"/> Non è esplicitato / Non è chiaro
L'argomento è presente nel QdR di Matematica	<input checked="" type="checkbox"/> Sì		<input type="checkbox"/> No		<input type="checkbox"/> Non è esplicitato / Non è chiaro
Di solito, viene svolto nella pratica didattica usuale?	<input checked="" type="checkbox"/> Sì		<input type="checkbox"/> No		<input type="checkbox"/> Non sempre
È un argomento presente nei libri di testo di Matematica?	<input type="checkbox"/> No		<input type="checkbox"/> Non sempre		<input checked="" type="checkbox"/> Sempre
Verifica conoscenze / abilità/ competenze fondamentali?	<input checked="" type="checkbox"/> Sì		<input type="checkbox"/> Solo parzialmente		<input type="checkbox"/> No
Per la risoluzione del quesito è utile una calcolatrice grafica?	<input checked="" type="checkbox"/> Sì		<input type="checkbox"/> No		<input type="checkbox"/> Parzialmente