

Esame di Stato – sessione straordinaria - seconda prova scritta - Liceo scientifico (tutti gli indirizzi) - Prova scritta di Matematica – 11 settembre 2025

QUESITO 7 - soluzione di L. Tomasi

7. Data la funzione $f(x) = \begin{cases} 2e^{x^2-x} + a & \text{per } x \leq 1 \\ bx^2 + x + 2 & \text{per } x > 1 \end{cases}$, determinare il valore dei parametri reali a, b , affinché la funzione sia continua e derivabile in tutto \mathbb{R} .

Soluzione

La funzione è definita a tratti:

$$f(x) = \begin{cases} 2e^{x^2-x} + a & \text{per } x \leq 1 \\ bx^2 + x + 2 & \text{per } x > 1 \end{cases}$$

L'unico punto da esaminare è $x = 1$.

La funzione è continua a sinistra nel punto $x = 1$ e vale $f(1) = 2 + a$.

Pertanto deve essere

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 2 + a$$

ossia

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} (bx^2 + x + 2) = 2 + a$$

che dà

$$b + 3 = 2 + a.$$

La derivata prima della funzione è:

$$f'(x) = \begin{cases} 2(2x - 1)e^{x^2-x} & \text{per } x \leq 1 \\ 2bx + 1 & \text{per } x > 1 \end{cases}$$

La funzione è derivabile a sinistra nel punto $x = 1$ e si ha:

$$f'_-(1) = 2.$$

Per la derivabilità deve pertanto essere:

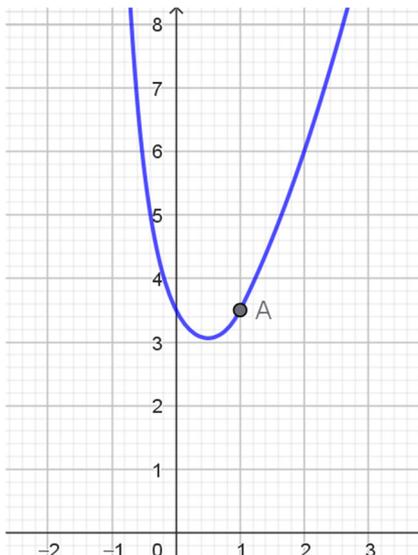
$$\lim_{x \rightarrow 1^+} (2bx + 1) = 2$$

ossia $2b + 1 = 2$, che fornisce

$$b = \frac{1}{2}$$

e quindi

$$a = \frac{3}{2}.$$



figura

Argomento: Analisi matematica; continuità e derivabilità.

Tabella di analisi del quesito

Livello di difficoltà stimato	<input checked="" type="checkbox"/> Basso	<input type="checkbox"/> Medio	<input type="checkbox"/> Alto	<input type="checkbox"/> Molto alto	
Formulazione del quesito	<input type="checkbox"/> Scorretta	<input type="checkbox"/> Ambigua	<input type="checkbox"/> Poco chiara	<input checked="" type="checkbox"/> Corretta	<input type="checkbox"/> Molto chiara
L'argomento è presente nelle Indicazioni Nazionali	<input checked="" type="checkbox"/> Sì		<input type="checkbox"/> No		<input type="checkbox"/> Non è esplicitato / Non è chiaro
L'argomento è presente nel QdR di Matematica	<input checked="" type="checkbox"/> Sì		<input type="checkbox"/> No		<input type="checkbox"/> Non è esplicitato / Non è chiaro
Di solito, viene svolto nella pratica didattica usuale?	<input checked="" type="checkbox"/> Sì		<input type="checkbox"/> No		<input type="checkbox"/> Non sempre
È un argomento presente nei libri di testo di Matematica?	<input type="checkbox"/> No		<input type="checkbox"/> Non sempre		<input checked="" type="checkbox"/> Sempre
Verifica conoscenze / abilità/ competenze fondamentali?	<input checked="" type="checkbox"/> Sì		<input type="checkbox"/> Solo parzialmente		<input type="checkbox"/> No
Per la risoluzione del quesito è utile una calcolatrice grafica?	<input checked="" type="checkbox"/> Sì		<input type="checkbox"/> No		<input type="checkbox"/> Parzialmente