

**Esame di Maturità – seconda prova scritta - Liceo scientifico (tutti gli indirizzi)**  
**Prova scritta di Matematica - 19 giugno 2026**

**PROBLEMA 1 – soluzione a cura di L. Tomasi**

**PROBLEMA 1**

In tabella sono indicati i rilevamenti, fatti a inizio anno a partire dal 2016, del livello dell'acqua del lago di Bracciano. Nel 2016 e nel 2017 il lago, oggetto di prelievi, era utilizzato come riserva idrica di emergenza per i comuni limitrofi e per l'approvvigionamento di Roma. Nel 2017, in considerazione dell'impatto ambientale e del notevole abbassamento del livello idrometrico rispetto a quello considerato ottimale, si è deciso di interrompere i prelievi, sospensione tuttora in atto.

Anno (al 1° gennaio)	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022	2023	2024	2025	2026
Differenza del livello rispetto allo zero idrometrico (in dm)	- 6	- 16	- 20	- 18	- 16	- 14	- 12	- 10	- 10	- 10	- 10

Si scelga un sistema di riferimento in cui l'unità, sull'asse delle ascisse, corrisponda all'arco temporale di un anno e il 1° gennaio 2016 allo zero, mentre sull'asse delle ordinate l'unità corrisponda a una differenza di 1 dm rispetto allo zero idrometrico (livello ottimale).

Con buona approssimazione, dall'inizio del 2016 fino all'inizio del 2019, si può descrivere l'andamento del livello delle acque con il modello polinomiale

$$y = a(x - 2)^4 + b(x - 2)^3 + c(x - 2)^2 - 20, \quad a, b, c \in \mathbb{R}.$$

Nel periodo tra l'inizio del 2019 e l'inizio del 2023 si assume una crescita oscillante, approssimata con un modello del tipo  $y = mx - 24 + \text{sen}^2(\pi x)$ , con  $m \in \mathbb{R}$ . Poi, fino all'inizio del 2026, l'andamento può essere approssimato con un modello del tipo  $y = 2\cos(2\pi x) + k$ , con  $k \in \mathbb{R}$ .

- a) Utilizzando i dati riportati in tabella e le informazioni fornite, definire il modello matematico  $f(x)$  che esprime l'andamento del livello delle acque del lago in funzione del tempo, dopo aver determinato i valori dei parametri.

Si assuma come modello descrittivo dell'andamento idrometrico del lago la funzione

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{2}(x - 2)^4 - (x - 2)^3 + \frac{7}{2}(x - 2)^2 - 20, & 0 \leq x < 3 \\ 2x - 24 + \text{sen}^2(\pi x), & 3 \leq x \leq 7 \\ 2 \cos(2\pi x) - 12, & 7 < x \leq 10 \end{cases}$$

- b) Studiare  $f$  e tracciare un suo grafico, dopo aver verificato la continuità, studiato la derivabilità e determinato i punti di estremo relativo.
- c) Giustificare la non applicabilità del teorema di Lagrange alla funzione  $f$  in  $[0; 10]$ .

Esistono, tuttavia, punti di ascissa  $s \in ]0; 10[$  tali che  $f'(s) = \frac{f(10) - f(0)}{10}$  ?

Motivare la risposta.

- d) Spiegare perché il teorema della Media Integrale è applicabile alla funzione  $f$  in  $[0; 10]$ . Calcolare, quindi, la variazione media  $\Delta h$  del livello delle acque del lago negli anni presi in esame.

Infine, considerando che la superficie del lago è di circa  $57 \text{ km}^2$ , utilizzare  $\Delta h$  per stimare, in litri, la differenza del volume di acqua tra l'inizio del 2016 e l'inizio del 2026.

## Soluzione

### Punto a)

- a) Utilizzando i dati riportati in tabella e le informazioni fornite, definire il modello matematico  $f(x)$  che esprime l'andamento del livello delle acque del lago in funzione del tempo, dopo aver determinato i valori dei parametri.

Si assuma come modello descrittivo dell'andamento idrometrico del lago la funzione

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{2}(x-2)^4 - (x-2)^3 + \frac{7}{2}(x-2)^2 - 20, & 0 \leq x < 3 \\ 2x - 24 + \sin^2(\pi x), & 3 \leq x \leq 7 \\ 2 \cos(2\pi x) - 12, & 7 < x \leq 10 \end{cases}$$

“A mano” oppure, meglio, con una calcolatrice grafica (non CAS, permessa all'esame), si possono ottenere i punti del seguente grafico (figura 1).

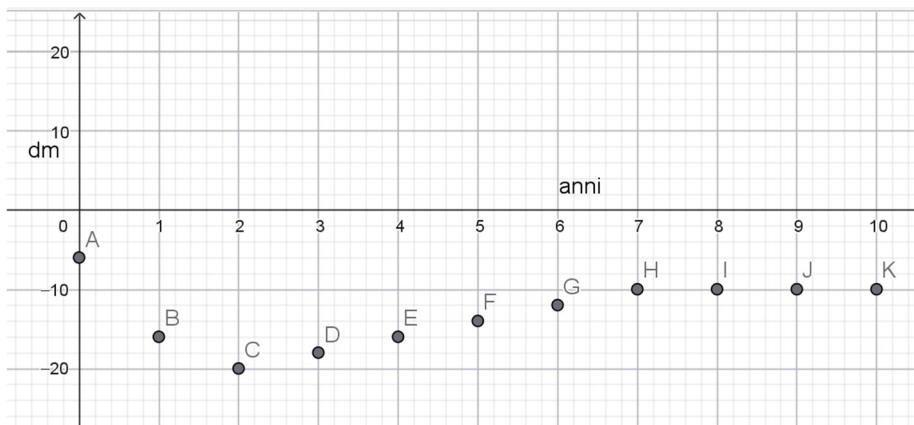


figura 1

Consideriamo il modello polinomiale suggerito nell'intervallo  $[0,3]$ . Imponendo il passaggio per i punti  $A(0,-6)$ ,  $B(1,-16)$  si ottengono due equazioni; invece il passaggio per il punto  $C(2,-20)$  fornisce un'identità. Quindi, per ottenere la terza equazione occorre imporre il passaggio per il punto  $D$ , nonostante la definizione della funzione nel primo tratto imponga  $0 \leq x < 3$  ... Poiché successivamente il testo dice che la  $f(x)$  deve essere continua, imponiamo il passaggio per il punto  $D(3,-18)$ . Si ottiene il sistema lineare:

$$\begin{cases} 16a - 8b + 4c - 20 = -6 \\ a - b + c - 20 = -16 \\ a + b + c - 20 = -18 \end{cases}$$

ossia

$$\begin{cases} 8a - 4b + 2c = 7 \\ a - b + c = 4 \\ a + b + c = 2 \end{cases}$$

Sottraendo la seconda dalla terza equazione:

$$\begin{cases} 8a - 4b + 2c = 7 \\ a + b + c = 2 \\ b = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 8a + 2c = 3 \\ a + c = 3 \\ b = -1 \end{cases}$$

e finalmente:

$$\begin{cases} a = -\frac{1}{2} \\ b = -1 \\ c = \frac{7}{2} \end{cases}$$

Quindi nell'intervallo  $0 \leq x < 3$ , la funzione polinomiale è:

$$p(x) = -\frac{1}{2}(x-2)^4 - (x-2)^3 + \frac{7}{2}(x-2)^2 - 20.$$

Nel tratto  $3 \leq x \leq 7$  (ma sarebbe stato meglio scrivere  $3 < x \leq 7$ ), vale la funzione

$$s(x) = mx - 24 + \sin^2(\pi x)$$

Imponendo il passaggio ad es. per il punto  $(4, -16)$ , si ottiene  $m = 2$ . Pertanto la funzione, in questo tratto, è:

$$s(x) = 2x - 24 + \sin^2(\pi x)$$

somma di una retta con una funzione di periodo 1.

Infine nel tratto  $7 < x \leq 10$ , deve valere la funzione

$$c(x) = 2 \cos(2\pi x) + k$$

Imponendo ad es. il passaggio per il punto  $(8, -10)$  si ottiene  $k = -12$ . Pertanto nell'ultimo tratto la funzione è

$$c(x) = 2 \cos(2\pi x) - 12$$

una funzione di periodo 1.

In definitiva si ottiene la funzione definita a tratti suggerita nel testo del problema:

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{2}(x-2)^4 - (x-2)^3 + \frac{7}{2}(x-2)^2 - 20 & 0 \leq x < 3 \\ 2x - 24 + \sin^2(\pi x) & 3 \leq x \leq 7 \\ 2 \cos(2\pi x) - 12 & 7 < x \leq 10 \end{cases}$$

### **Punto b)**

La funzione  $f(x)$  per come è stata definita, è continua nell'intervallo  $[0, 10]$ . Per stabilire la continuità su tutto l'intervallo  $[0, 10]$ , basta quindi esaminare i punti  $x = 3$  e  $x = 7$ , dove è facile verificare che la funzione  $f(x)$  è continua. Negli altri punti dell'intervallo  $[0, 10]$  la funzione  $f(x)$  è continua perché ottenuta unendo tratti di funzioni continue.

Nel punto  $x = 3$ , si ha  $f(3) = -18$  e

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 3^-} \left( -\frac{1}{2}(x-2)^4 - (x-2)^3 + \frac{7}{2}(x-2)^2 - 20 \right) = -18 \\ \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 3^+} (2x - 24 + \sin^2(\pi x)) = -18 \end{aligned}$$

Nel punto  $x = 7$ , si ha  $f(7) = -10$  e

$$\lim_{x \rightarrow 7^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 7^-} (2x - 24 + \sin^2(\pi x)) = -10$$

$$\lim_{x \rightarrow 7^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 7^+} (2 \cos(2\pi x) - 12) = 2 - 12 = -10.$$

Il grafico della funzione  $f(x)$  è riportato in figura 2 e si può ottenere con una calcolatrice grafica.

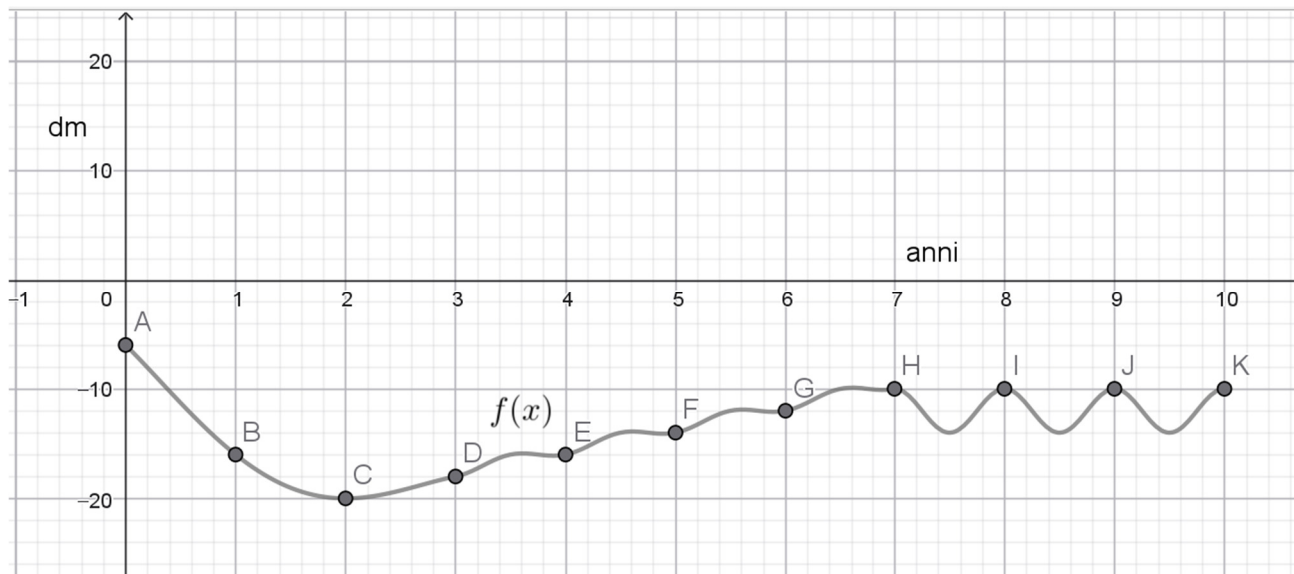


Figura 2 – Grafico della funzione  $f(x)$

La derivata prima della funzione è la seguente:

$$f'(x) = \begin{cases} -2(x-2)^3 - 3(x-2)^2 + 7(x-2) & 0 \leq x < 3 \\ 2 + \pi \sin(2\pi x) & 3 \leq x \leq 7 \\ -4\pi \sin(2\pi x) & 7 < x \leq 10 \end{cases}$$

Anche per la derivabilità della funzione occorre esaminare i punti  $x = 3$  e  $x = 7$ . Negli altri punti dell'intervallo  $[0, 10]$  la funzione  $f(x)$  è derivabile perché ottenuta unendo tratti di funzioni derivabili.

Si trova che in  $x = 3$  la funzione è derivabile; infatti:

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} f'(x) = \lim_{x \rightarrow 3^-} (-2(x-2)^3 - 3(x-2)^2 + 7(x-2)) = 2$$

e  $f'_+(3) = 2$ .

Invece in  $x = 7$  non è derivabile: si ha infatti  $f'_-(7) = 2$  e

$$\lim_{x \rightarrow 7^+} f'(x) = \lim_{x \rightarrow 7^+} (-4\pi \sin(2\pi x)) = 0.$$

Quindi il punto  $x = 7$  è un punto angoloso.

Gli estremi relativi si ricercano in tre intervalli.

Nell'intervallo  $0 \leq x < 3$ , poniamo

$$f'(x) = 0$$

ossia

$$\begin{aligned} -2(x-2)^3 - 3(x-2)^2 + 7(x-2) &= 0 \\ (x-2)(-2(x-2)^2 - 3(x-2) + 7) &= 0 \\ (x-2)(-2x^2 + 5x + 5) &= 0 \end{aligned}$$

Quindi  $f'(x) = 0$  per  $x_1 = 2$ ,  $x_2 = \frac{5-\sqrt{65}}{4} \approx -0,77$  e  $x_3 = \frac{5+\sqrt{65}}{4} \approx 3,27$ .

Poiché ci interessa solo l'intervallo  $0 \leq x < 3$ , il punto  $x = 2$  è un punto di minimo relativo (e anche assoluto) che vale  $f(2) = -20$ .

Quindi possiamo già dire che per  $x = 2$  la funzione  $f(x)$  ha un minimo assoluto e per  $x = 0$  ha un massimo assoluto, che vale  $f(0) = -6$ .

Nell'intervallo  $3 \leq x \leq 7$ , dobbiamo risolvere l'equazione

$$\begin{aligned}f'(x) &= 0 \\2 + 2\pi \sin(\pi x) \cos(\pi x) &= 0 \\2 + \pi \sin(2\pi x) &= 0\end{aligned}$$

che fornisce l'equazione

$$\sin(2\pi x) = -\frac{2}{\pi}$$

che ha per soluzioni

$$2\pi x = \arcsin\left(-\frac{2}{\pi}\right) + k2\pi$$

oppure

$$2\pi x = \pi - \arcsin\left(-\frac{2}{\pi}\right) + k2\pi.$$

Si ottiene quindi:

$$x = \frac{1}{2\pi} \arcsin\left(-\frac{2}{\pi}\right) + k$$

oppure

$$x = \frac{1}{2} - \frac{1}{2\pi} \arcsin\left(-\frac{2}{\pi}\right) + k$$

Di queste soluzioni sono accettabili solo quelle che cadono nell'intervallo  $3 \leq x \leq 7$ , che sono i seguenti 8 valori, che si ricavano da

$$x = \frac{1}{2\pi} \arcsin\left(-\frac{2}{\pi}\right) + k$$

con  $k = 4, 5, 6, 7$ :

$$x_1 \approx -0.1098 + 4 \approx 3,89 \dots$$

$$x_2 \approx -0.1098 + 5 \approx 4,89 \dots$$

$$x_3 \approx -0.1098 + 6 \approx 5,89 \dots$$

$$x_4 \approx -0.1098 + 7 \approx 6,89 \dots$$

e si ricavano da:

$$x = \frac{1}{2} - \frac{1}{2\pi} \arcsin\left(-\frac{2}{\pi}\right) + k$$

con  $k = 3, 4, 5, 6$ :

$$x_5 \approx 0.6098 + 3 \approx 3,6098 \dots$$

$$x_6 \approx 0.6098 + 4 \approx 4,6098 \dots$$

$$x_7 \approx 0.6098 + 5 \approx 5,6098 \dots$$

$$x_8 \approx 0.6098 + 6 \approx 6,6098 \dots$$

Anche questi valori approssimati, che abbiamo calcolato, si possono ricavare con una calcolatrice grafica.

Infine nell'intervallo  $7 < x \leq 10$ , poniamo

$$\begin{aligned} f'(x) &= 0 \\ -4\pi \sin(2\pi x) &= 0 \end{aligned}$$

Si ottiene l'equazione:

$$\sin(2\pi x) = 0$$

e le soluzioni

$$\begin{aligned} 2\pi x &= k\pi \\ x &= \frac{k}{2} \end{aligned}$$

che (per  $k = 15, 16, 17, 18, 19, 20$ ) fornisce le ulteriori 6 soluzioni:  $x = 7,5, x = 8, x = 8,5, x = 9, x = 9,5$  e  $x = 10$ , rispettivamente e alternativamente di massimo relativo e di minimo relativo.

Con una calcolatrice grafica, si poteva ottenere il grafico della derivata prima (figura 3) dove si osserva che la derivata prima si annulla in 16 punti.

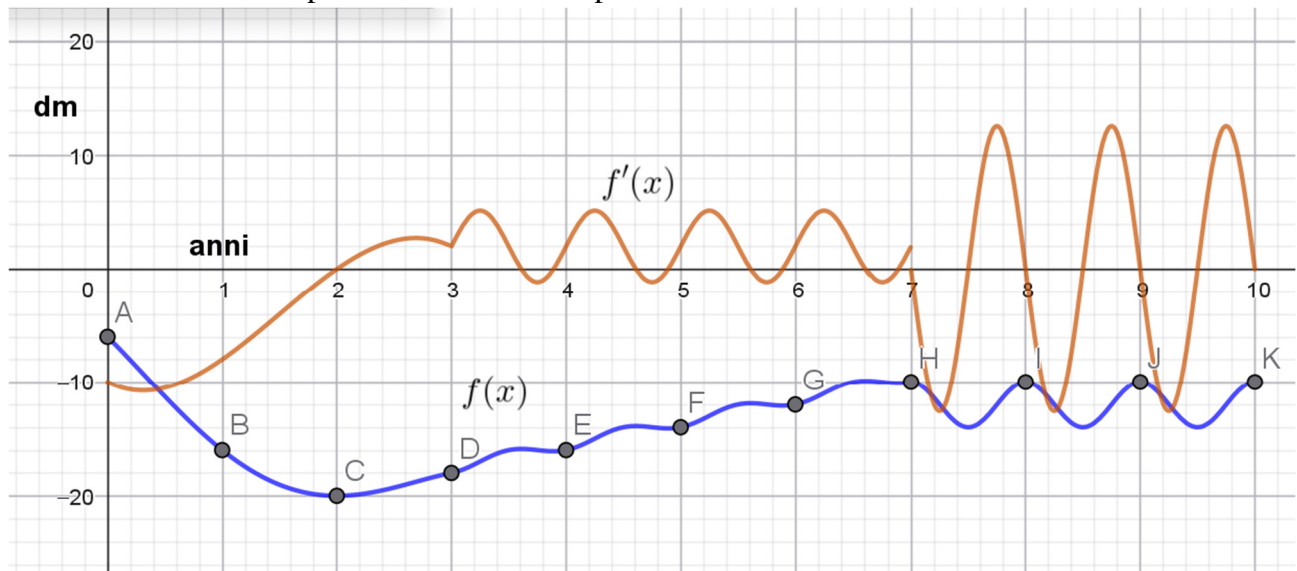


Figura 3 – Grafico della  $f(x)$  e della  $f'(x)$

La derivata seconda è:

$$f''(x) = \begin{cases} -6(x-2)^2 - 6(x-2)^2 + 7 & 0 \leq x < 3 \\ 2\pi^2 \cos(2\pi x) & 3 \leq x \leq 7 \\ -8\pi^2 \cos(2\pi x) & 7 < x \leq 10 \end{cases}$$

Poiché è molto laborioso studiare la convessità, la concavità e i flessi della curva, anche qui si può procedere con una calcolatrice grafica, trovando il seguente grafico della  $f''(x)$  in cui è possibile esaminare il segno e gli zeri della derivata seconda.

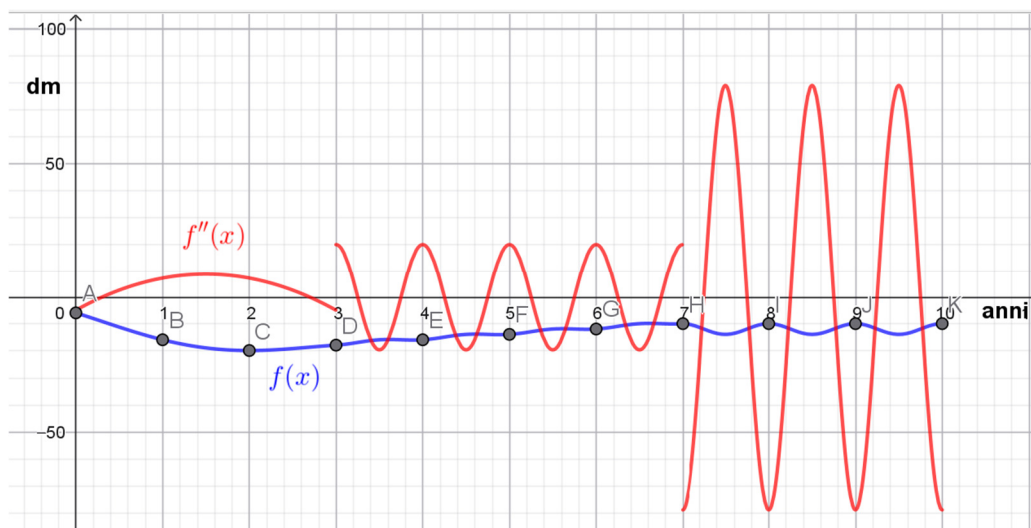


Figura 4 – Grafico della  $f(x)$  e della  $f''(x)$ , da cui si ricava l'esistenza di 16 flessi.

### Punto c)

- c) Giustificare la non applicabilità del teorema di Lagrange alla funzione  $f$  in  $[0; 10]$ .

Esistono, tuttavia, punti di ascissa  $s \in ]0; 10[$  tali che  $f'(s) = \frac{f(10) - f(0)}{10}$ ?

Motivare la risposta.

Abbiamo visto sopra che la funzione  $f(x)$  è continua nell'intervallo chiuso  $[0,10]$ , ma non è derivabile in un punto interno di tale intervallo ( $x = 7$ ). Quindi il teorema di Lagrange non è applicabile.

Tuttavia esistono dei punti di ascissa  $x = s$  dove vale

$$f'(s) = \frac{f(10) - f(0)}{10} = \frac{-10 - (-6)}{10} = -\frac{2}{5}.$$

Per giustificare l'esistenza di tali punti, occorre esaminare l'intervallo di variabilità della derivata prima ed applicare il teorema dei valori intermedi per una funzione continua.

Per determinare tali punti occorre risolvere tre equazioni, rispettivamente nei tre intervalli dati.

Nell'intervallo  $0 \leq x < 3$ , si deve risolvere l'equazione

$$f'(x) = -\frac{2}{5}$$

ossia

$$-2(x-2)^3 - 3(x-2)^2 + 7(x-2) = -\frac{2}{5}.$$

La derivata prima, in questo tratto, è una funzione continua e oscilla tra circa  $-10,74$  e  $2,74$ . Quindi per il teorema dei valori intermedi di una funzione continua deve esistere un punto compreso tra 0 e 3, dove la derivata prima è uguale a  $-2/5$ .

Usando una calcolatrice grafica, tracciamo il grafico della derivata prima nell'intervallo  $0 \leq x < 3$  (figura 5) e si trova la radice approssimata  $x \approx 1,94$  (figura 5).

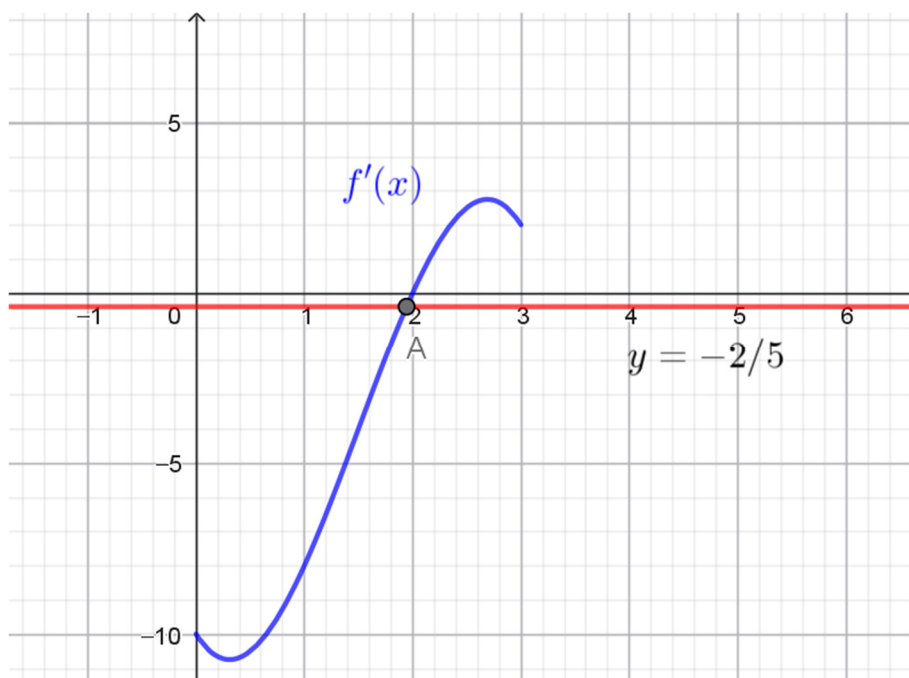


Figura 5 – Grafico della  $f'(x)$  nell'intervallo  $0 \leq x < 0$  e della retta  $y = -\frac{2}{5}$

Consideriamo ora l'intervallo  $3 \leq x \leq 7$ , dove si deve risolvere l'equazione

$$f'(x) = -\frac{2}{5}$$

ossia

$$2 + \pi \sin(2\pi x) = 0.$$

La derivata prima, che è una funzione continua in questo intervallo, oscilla da  $2 + \pi$  a  $2 - \pi$  e quindi ci saranno dei punti in cui assume il valore intermedio  $-\frac{2}{5}$ .

Per trovarli (ma non era richiesto) occorre risolvere l'equazione:

$$\sin(2\pi x) = -\frac{2}{\pi}.$$

Le soluzioni sono, in generale

$$2\pi x = \arcsin\left(-\frac{2}{\pi}\right) + k2\pi$$

oppure

$$2\pi x = \pi - \arcsin\left(-\frac{2}{\pi}\right) + k2\pi$$

Quindi si ottengono le soluzioni:

$$x = \frac{1}{2\pi} \arcsin\left(-\frac{2}{\pi}\right) + k$$

oppure

$$x = \frac{1}{2} - \frac{1}{2\pi} \arcsin\left(-\frac{2}{\pi}\right) + k.$$

Con una calcolatrice grafica, possiamo tracciare il seguente grafico, dove si osserva che ci sono 8 punti dove la derivata vale  $-\frac{2}{5}$  (figura 6).

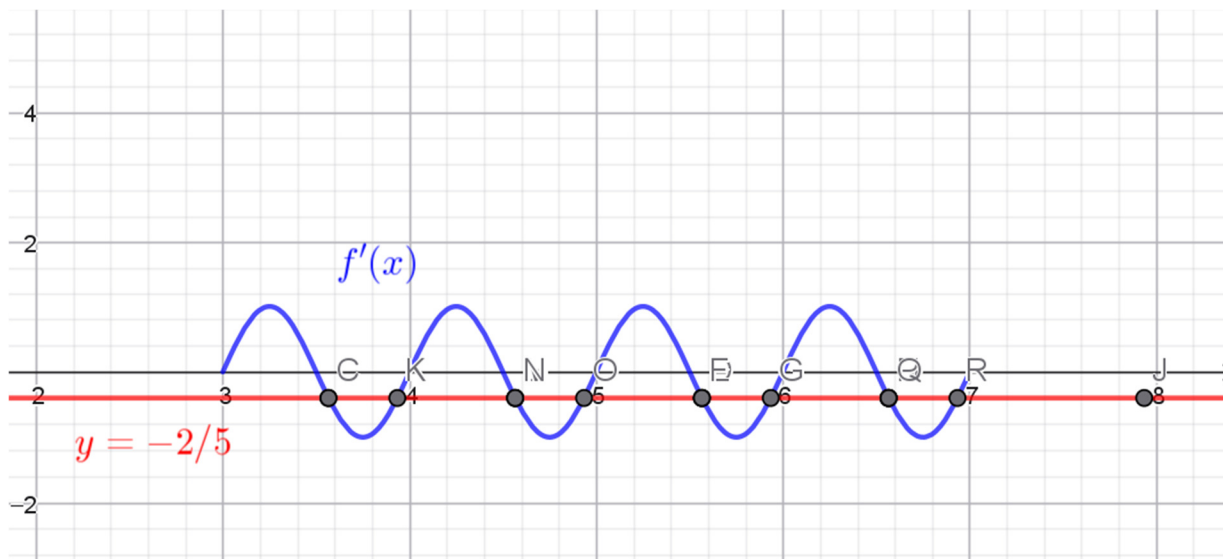


Figura 6 - Grafico della  $f'(x)$  nell'intervallo  $3 \leq x \leq 7$

Esaminiamo infine l'intervallo  $7 < x \leq 10$ , si deve risolvere l'equazione

$$f'(x) = -\frac{2}{5}$$

Si ottiene:

$$-4\pi \sin(2\pi x) = -\frac{2}{5}$$

La derivata prima, che è una funzione continua in questo intervallo, oscilla tra  $-4\pi$  e  $4\pi$  (figura 7). Quindi anche in questo intervallo ci saranno dei punti dove la derivata assume il valore  $-\frac{2}{5}$ .

Per trovarli (anche se non era richiesto) occorre risolvere l'equazione:

$$\sin(2\pi x) = -\frac{1}{10\pi}$$

che ha le soluzioni

$$2\pi x = \arcsin\left(-\frac{1}{10\pi}\right) + k2\pi$$

oppure

$$2\pi x = \pi - \arcsin\left(-\frac{1}{10\pi}\right) + k2\pi$$

Si ottengono le soluzioni

$$x = \frac{1}{2\pi} \arcsin\left(-\frac{1}{10\pi}\right) + k$$

oppure

$$x = \frac{1}{2} - \frac{1}{2\pi} \arcsin\left(-\frac{1}{10\pi}\right) + k$$

Con una calcolatrice grafica, possiamo ottenere il seguente grafico (figura 6), dove si trovano altre 6 soluzioni.

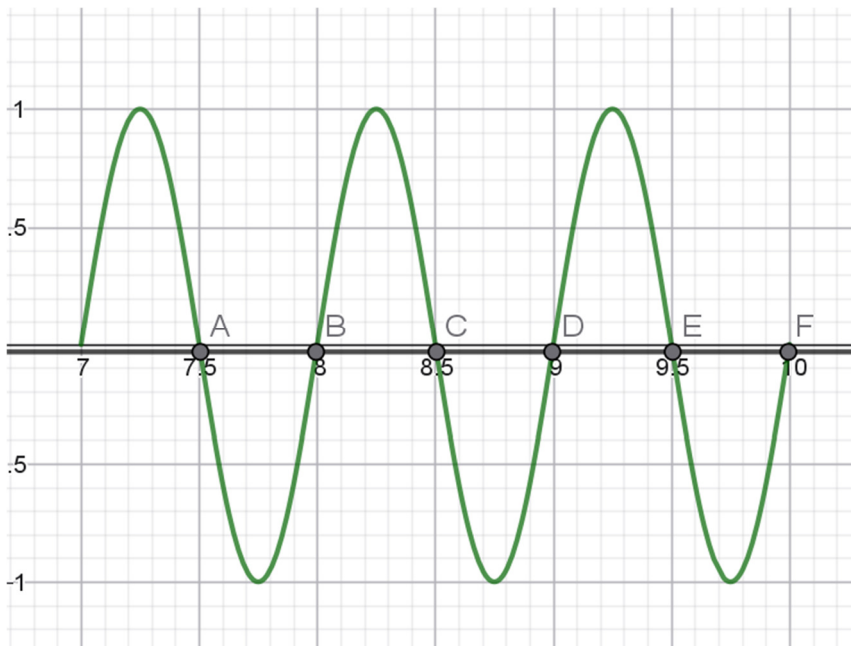


Figura 6 - Grafico della  $f'(x)$  nell'intervallo  $7 < x \leq 10$

### Punto d)

d) Spiegare perché il teorema della Media Integrale è applicabile alla funzione  $f$  in  $[0; 10]$ . Calcolare, quindi, la variazione media  $\Delta h$  del livello delle acque del lago negli anni presi in esame.

Infine, considerando che la superficie del lago è di circa  $57 \text{ km}^2$ , utilizzare  $\Delta h$  per stimare, in litri, la differenza del volume di acqua tra l'inizio del 2016 e l'inizio del 2026.

Il teorema della media integrale è applicabile perché la funzione  $f(x)$  è continua nell'intervallo chiuso  $[0, 10]$ .

Per calcolare il livello medio del lago sotto lo zero, si calcola l'integrale definito:

$$h_{media} = \frac{1}{10} \int_0^{10} f(x) dx$$

Scomponiamo l'intervallo in 3 integrali:

$$I_1 = \int_0^3 \left( -\frac{1}{2}(x-2)^4 - (x-2)^3 + \frac{7}{2}(x-2)^2 - 20 \right) dx = -49,05$$

$$I_2 = \int_3^7 (2x - 24 + \sin^2(\pi x)) dx = -54$$

$$I_3 = \int_7^{10} (2 \cos(2\pi x) - 12) dx = -36$$

### Calcolo di $I_1$

- Per  $x = 0 \implies u = -2$
- Per  $x = 3 \implies u = 1$

L'integrale diventa quindi:

$$I_1 = \int_{-2}^1 \left( -\frac{1}{2}u^4 - u^3 + \frac{7}{2}u^2 - 20 \right) du$$

1. Calcolo della primitiva  $F(u)$ :

$$F(u) = -\frac{1}{10}u^5 - \frac{1}{4}u^4 + \frac{7}{6}u^3 - 20u$$

1. Nel limite superiore ( $u = 1$ ):

$$F(1) = -\frac{1}{10} - \frac{1}{4} + \frac{7}{6} - 20 = -\frac{1151}{60}$$

2. Nel limite inferiore ( $u = -2$ ):

$$F(-2) = \frac{32}{10} - 4 - \frac{56}{6} + 40 = \frac{448}{15} = \frac{1792}{60}$$

$$I_1 = F(1) - F(-2) = -\frac{1151}{60} - \frac{1792}{60} = -\frac{2943}{60} = -\frac{981}{20} = -49,05$$

### Calcolo di $I_2$

Scomponiamo l'integrale:

$$\int_3^7 (2x - 24) dx + \int_3^7 \sin^2(\pi x) dx$$

$$[x^2 - 24x]_3^7 = (7^2 - 24 \cdot 7) - (3^2 - 24 \cdot 3)$$

$$= (49 - 168) - (9 - 72)$$

$$= -119 - (-63) = -119 + 63 = -56$$

La seconda parte:

$$\int_3^7 \sin^2(\pi x) dx = \int_3^7 \frac{1 - \cos(2\pi x)}{2} dx = \left[ \frac{x}{2} - \frac{\sin(2\pi x)}{4\pi} \right]_3^7$$

Applichiamo gli estremi di integrazione:

$$= \left( \frac{7}{2} - \frac{\sin(14\pi)}{4\pi} \right) - \left( \frac{3}{2} - \frac{\sin(6\pi)}{4\pi} \right)$$

Poiché sia  $\sin(14\pi) = 0$  che  $\sin(6\pi) = 0$ , il termine con il seno si annulla:

$$= \frac{7}{2} - \frac{3}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

Quindi si ottiene  $I_2 = -54$ .

Calcolo di  $I_3$

Si ha:

$$\int_7^{10} (2 \cos(2\pi x) - 12) dx = \int_7^{10} 2 \cos(2\pi x) dx - \int_7^{10} 12 dx$$

Troviamo la primitiva di  $2\cos(2\pi x)$  ricordando che  $\int \cos(kx) dx = \frac{\sin(kx)}{k}$ :

$$\int 2 \cos(2\pi x) dx = 2 \cdot \frac{\sin(2\pi x)}{2\pi} = \frac{\sin(2\pi x)}{\pi}$$

Calcoliamo il valore tra gli estremi 7 e 10:

$$\left[ \frac{\sin(2\pi x)}{\pi} \right]_7^{10} = \frac{\sin(20\pi)}{\pi} - \frac{\sin(14\pi)}{\pi}$$

e otteniamo 0.

Quindi occorre calcolare il seguente integrale:

$$\int 12 dx = 12x$$

$$[12x]_7^{10} = 12(10) - 12(7)$$

$$120 - 84 = 36$$

Quindi si ha:  $I_3 = 36$ .

Si ottiene pertanto:

$$\int_0^{10} f(x) dx = I_1 + I_2 + I_3 = -139,05 \text{ dm} \cdot \text{anno}$$

L'unità di misura di questo integrale è dm·anno.

La media dal 2016 al 2026 è circa  $-13,91$  dm, ossia  $-1,391$  m sotto il livello zero.

Lo stesso valore si poteva ottenere con una calcolatrice grafica (figura 7).

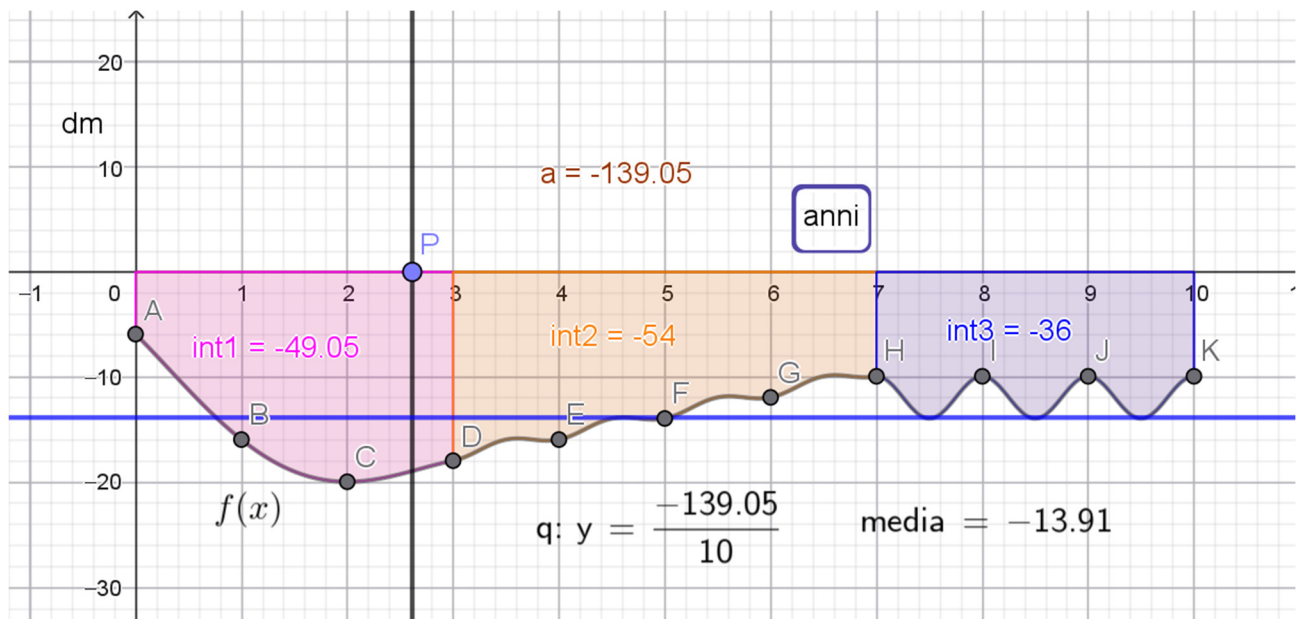


Figura 7

Poiché la superficie del lago è di circa  $57 \text{ km}^2$ , e il  $\Delta h = -10 - (-6) = -4 \text{ dm} = -0,4 \text{ m}$ , si ricava una variazione (negativa) di volume che è circa

$$\Delta V = (-0,4 \text{ m})(57 \times 10^6 \text{ m}^2) = -2,28 \times 10^7 \text{ m}^3 = -2,28 \times 10^{10} \text{ L (litri)}$$

**Commento sintetico:** Si tratta di un problema troppo laborioso e, almeno all'inizio, non ben contestualizzato. Per risolvere il problema era essenziale l'uso di una calcolatrice grafica (che è permessa all'esame, purché non CAS). Il testo iniziale del problema non giustifica perché sono stati scelti alcuni modelli, quello sinusoidale e quello cosinusoidale in particolare. Alcuni passi del testo sono ambigui.

#### Tabella di analisi/commento del problema

Livello di difficoltà stimato	<input type="checkbox"/> Basso	<input type="checkbox"/> Medio	<input type="checkbox"/> Alto	<input checked="" type="checkbox"/> Molto alto (punto c)	
Formulazione del problema	<input type="checkbox"/> Scorretta	<input checked="" type="checkbox"/> Ambigua	<input type="checkbox"/> Poco chiara	<input type="checkbox"/> Corretta	<input type="checkbox"/> Molto chiara
Si tratta di un problema contestualizzato	<input type="checkbox"/> No	<input checked="" type="checkbox"/> Parzialmente e malamente	<input type="checkbox"/> In modo accettabile	<input type="checkbox"/> Ben contestualizzato	
L'argomento è presente nelle Indicazioni Nazionali	<input checked="" type="checkbox"/> Sì		<input type="checkbox"/> No		<input type="checkbox"/> Non è esplicitato / Non è chiaro
L'argomento è presente nel QdR di Matematica?	<input checked="" type="checkbox"/> Sì		<input type="checkbox"/> No		<input type="checkbox"/> Non è esplicitato / Non è chiaro

Di solito, viene svolto nella pratica didattica usuale?	<input type="checkbox"/> Sì	<input checked="" type="checkbox"/> No	<input type="checkbox"/> Non sempre
È un argomento presente nei libri di testo di Matematica?	<input type="checkbox"/> No	<input checked="" type="checkbox"/> Non sempre	<input type="checkbox"/> Sempre
Verifica conoscenze / abilità/ competenze fondamentali?	<input type="checkbox"/> Sì	<input checked="" type="checkbox"/> Solo parzialmente	<input type="checkbox"/> No
Per la risoluzione del problema è utile una calcolatrice grafica?	<input checked="" type="checkbox"/> Sì	<input type="checkbox"/> No	<input type="checkbox"/> Parzialmente