

Esame di Maturità – seconda prova scritta - Liceo Scientifico
Prova scritta di Matematica - 19 giugno 2026

QUESITO 5 - soluzione a cura di Sara De Stefani

5. Determinare i valori dei parametri reali h, k , con $h \neq 0$, in modo che la curva di equazione $y = h \ln(x^2 + k)^5$ abbia le rette $x = -\sqrt{3}$ e $x = \sqrt{3}$ come asintoti verticali e le rette tangenti nei punti A e B di intersezione con l'asse delle ascisse si incontrino in $C(0; -4)$.

Soluzione

La funzione $y = h \ln((x^2 + k)^5)$, con $h \neq 0$ richiede che le rette $x = -\sqrt{3}$ e $x = \sqrt{3}$ siano asintoti verticali; quindi si ha che

$$\lim_{x \rightarrow \pm\sqrt{3}} h \ln((x^2 + k)^5) = \infty \quad \text{cioè} \quad \lim_{x \rightarrow \pm\sqrt{3}} (x^2 + k)^5 = 0^+,$$

che comporta

$$\lim_{x \rightarrow \pm\sqrt{3}} (x^2 + k) = 3 + k = 0$$

a cui segue che $k = -3$.

I punti di intersezione della funzione $y = h \ln((x^2 - 3)^5)$ con l'asse delle ascisse si trovano ponendo $y = 0$; poiché $h \neq 0$, $\ln((x^2 - 3)^5) = 0$, quindi $x^2 - 3 = 1$, da cui $x^2 = 4$.
 I due punti di intersezione con l'asse x pertanto sono: $A(-2,0)$, $B(2,0)$.

La derivata della funzione è:

$$f'(x) = h \cdot \frac{1}{(x^2 - 3)^5} \cdot 5(x^2 - 3)^4 \cdot 2x = \frac{10hx}{x^2 - 3}.$$

Nel punto $A(-2,0)$ il coefficiente angolare della retta tangente è $m_A = -20h$, e l'equazione della tangente in A è $y = -20h(x + 2)$.

Nel punto $B(2,0)$ il coefficiente angolare è $m_B = 20h$, e l'equazione della retta tangente in B è $y = 20h(x - 2)$.

Le due tangenti si intersecano nel punto di ascissa $(0, -40h)$. Dovendo essere il punto di incontro $C(0, -4)$, si ha $-40h = -4$, da cui $h = \frac{1}{10}$.

La funzione è pertanto: $y = \frac{1}{10} \ln((x^2 - 3)^5)$.

Tabella di analisi del quesito

Livello di difficoltà stimato	<input type="checkbox"/> Basso	<input checked="" type="checkbox"/> Medio	<input type="checkbox"/> Alto	<input type="checkbox"/> Molto alto	
Formulazione del quesito	<input type="checkbox"/> Scorretta	<input type="checkbox"/> Ambigua	<input type="checkbox"/> Poco chiara	<input checked="" type="checkbox"/> Corretta	<input type="checkbox"/> Molto chiara
L'argomento è presente nelle Indicazioni Nazionali	<input checked="" type="checkbox"/> Sì		<input type="checkbox"/> No		<input type="checkbox"/> Non è esplicitato / Non è chiaro

L'argomento è presente nel QdR di Matematica	<input checked="" type="checkbox"/> Sì	<input type="checkbox"/> No	<input type="checkbox"/> Non è esplicitato / Non è chiaro
Di solito, viene svolto nella pratica didattica usuale?	<input checked="" type="checkbox"/> Sì	<input type="checkbox"/> No	<input type="checkbox"/> Non sempre
È un argomento presente nei libri di testo di Matematica?	<input type="checkbox"/> No	<input type="checkbox"/> Non sempre	<input checked="" type="checkbox"/> Sempre
Verifica conoscenze / abilità/ competenze fondamentali?	<input checked="" type="checkbox"/> Sì	<input type="checkbox"/> Solo parzialmente	<input type="checkbox"/> No
Per la risoluzione del quesito è utile una calcolatrice grafica?	<input type="checkbox"/> Sì	<input checked="" type="checkbox"/> No	<input type="checkbox"/> Parzialmente