

QUESITO 1 - soluzione di L. Tomasi

1. Si consideri un triangolo acutangolo ABC , sia A' il punto del lato BC nel quale cade l'altezza uscente da A e siano C' e B' i punti medi, rispettivamente, dei lati AB e AC . Dimostrare che il quadrilatero $AB'A'C'$ è circoscrivibile a una circonferenza.

Soluzione

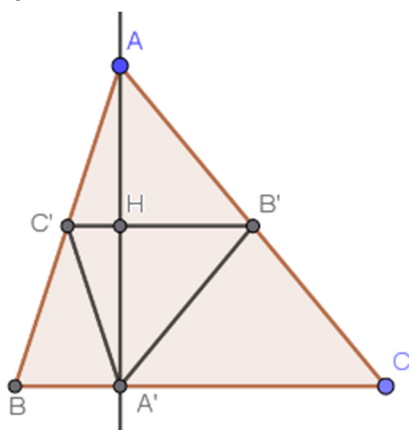


Figura 1

Costruiamo la figura 1.

Osserviamo che $C'B'$ è parallelo a BC per il “piccolo teorema di Talete”.

Quindi $C'B'$ è perpendicolare a AA' . Inoltre, per lo stesso teorema, H è il punto medio di AA' .

Quindi i triangoli rettangoli $AC'H$ e $A'C'H$ sono congruenti. Ne segue che il triangolo $AC'A$ è isoscele sulla base AA' .

Analogamente i triangoli rettangoli $A'B'H$ e $AB'H$ sono congruenti e quindi anche il triangolo $AA'H$ è isoscele sulla base AA' .

Pertanto $AC' = A'C'$ e $A'B' = AB'$. Ne segue, sommando, la relazione

$$AC' + A'B' = A'C' + AB'$$

che è la condizione (necessaria e sufficiente) affinché un quadrilatero sia circoscrivibile a una circonferenza. C.V.D.

La costruzione della circonferenza inscritta è riportata nella figura 2. Basta disegnare la bisettrice dell'angolo in A e intersecarla con il segmento $C'B'$ che è l'asse di simmetria del quadrilatero $AB'A'C'$; in questo modo si trova il centro O della circonferenza inscritta nel quadrilatero. Il raggio è OE , ottenuto mandando la perpendicolare ad AC condotta da O e intersecando con il lato AC .

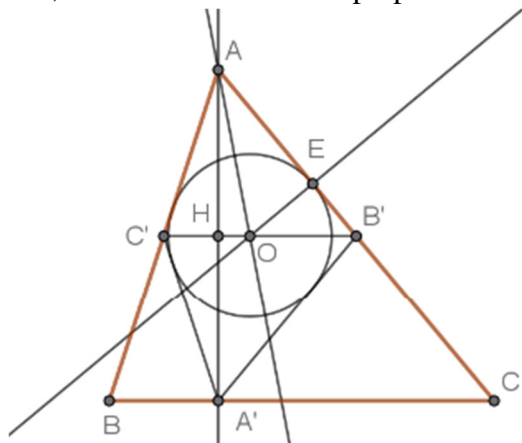


Figura 2

Tabella di analisi del quesito

Livello di difficoltà stimato	☒ Basso	☐ Medio	☐ Alto	☐ Molto alto
Formulazione del quesito	☐ Scorretta	☐ Ambigua	☐ Poco chiara	☒ Corretta ☐ Molto chiara
L'argomento è presente nelle Indicazioni Nazionali	☒ Sì	☐ No	☐ Non è esplicitato / Non è chiaro	
L'argomento è presente nel QdR di Matematica	☒ Sì	☐ No	☐ Non è esplicitato / Non è chiaro	
Di solito, viene svolto nella pratica didattica usuale?	☐ Sì	☐ No	☒ Non sempre	
È un argomento presente nei libri di testo di Matematica?	☐ No	☐ Non sempre	☒ Sempre	
Verifica conoscenze / abilità / competenze fondamentali?	☒ Sì	☐ Solo parzialmente	☐ No	
Per la risoluzione del quesito è utile una calcolatrice grafica?	☐ Sì	☒ No	☐ Parzialmente	