

Esame di Maturità – sessione straordinaria - seconda prova scritta - Liceo scientifico (tutti gli indirizzi) - Prova scritta di Matematica – 24 settembre 2026

QUESITO 4 - soluzione di L. Rossi

4. Data la retta $r : \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + t \\ z = t \end{cases}$ e la retta $s : \begin{cases} x = 4 + k \\ y = 3 + k \\ z = 1 + k \end{cases}$ nello spazio, dimostrare che le due rette

sono incidenti in un punto A . Determinare i punti B e C , rispettivamente intersezioni di r e s con il piano π di equazione $y - 2x = 0$. Infine, determinare l'equazione del piano passante per A, B, C .

Soluzione

Mettiamo a sistema le equazioni delle due rette: $r: \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + t \\ z = t \end{cases}$ e $s: \begin{cases} x = 4 + k \\ y = 3 + k \\ z = 1 + k \end{cases}$

otteniamo: $\begin{cases} 1 + 3t = 4 + k \\ 2 + t = 3 + k \\ t = 1 + k \end{cases}$

eseguendo i calcoli: $\begin{cases} t = 1 \\ k = 0 \end{cases}$

Dunque le due rette si incontrano in $A(4,3,1)$.

Per determinare i punti B e C mettiamo a sistema ciascuna retta con il piano assegnato:

$B: \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + t \\ z = t \\ y - 2x = 0 \end{cases}$ e $C: \begin{cases} x = 4 + k \\ y = 3 + k \\ z = 1 + k \\ y - 2x = 0 \end{cases}$

eseguendo i calcoli si ottiene $t = 0$ e $B(1,2,0)$, $k = -5$ e $C(-1, -2, -4)$.

Per determinare il piano passante per i 3 punti determiniamo un vettore normale al piano moltiplicando vettorialmente ad esempio i vettori $\overrightarrow{BA}$ e $\overrightarrow{BC}$.

$\overrightarrow{BA} = (3,1,1)$, $\overrightarrow{BC} = (-2, -4, -4)$, $\overrightarrow{BA} \times \overrightarrow{BC} = (0,10, -10)$.

Come vettore normale prendiamo quindi $\vec{n} = (0,1, -1)$.

Il piano cercato avrà quindi equazione $y - z + d = 0$; per determinare d imponiamo il passaggio del piano ad esempio per B e si ottiene $2 + d = 0$ ossia $d = -2$.

L'equazione del piano passante per A, B e C è quindi $y - z - 2 = 0$.

Tabella di analisi del quesito

Livello di difficoltà stimato	☐ Basso	☒ Medio	☐ Alto	☐ Molto alto
--------------------------------------	--------------------------------	---	-------------------------------	-------------------------------------

Formulazione del quesito	☐ Scorretta	☐ Ambigua	☐ Poco chiara	☐ Corretta	☒ Molto chiara
L'argomento è presente nelle Indicazioni Nazionali	☒ Sì		☐ No	☐ Non è esplicitato / Non è chiaro	
L'argomento è presente nel QdR di Matematica	☒ Sì		☐ No	☐ Non è esplicitato / Non è chiaro	
Di solito, viene svolto nella pratica didattica usuale?	☒ Sì		☐ No	☐ Non sempre	
È un argomento presente nei libri di testo di Matematica?	☐ No		☐ Non sempre	☒ Sempre	
Verifica conoscenze / abilità/ competenze fondamentali?	☒ Sì		☐ Solo parzialmente	☐ No	
Per la risoluzione del quesito è utile una calcolatrice grafica?	☐ Sì		☒ No	☐ Parzialmente	