

Esame di Maturità – sessione straordinaria - seconda prova scritta - Liceo scientifico (tutti gli indirizzi) - Prova scritta di Matematica – 24 settembre 2026

QUESITO 6 - soluzione di L. Tomasi

6. Assegnata la curva $y = 2 + (x + 2k)e^{1-x}$, determinare il valore del parametro reale k in modo che la retta tangente nel suo punto di flesso passi per il punto $P(1; 2)$.

Soluzione

Calcoliamo la derivata prima della funzione (dominio $\mathbb{R}$). Si ottiene

$$f'(x) = e^{1-x} + (x + 2k) \cdot (-e^{1-x}) = (1 - x - 2k)e^{1-x}$$

Deriviamo nuovamente e otteniamo

$$f''(x) = -e^{1-x} + (1 - x - 2k) \cdot (-e^{1-x}) = (x + 2k - 2)e^{1-x}$$

Per determinare il punto di flesso poniamo la derivata seconda uguale a zero:

$$(x + 2k - 2)e^{1-x} = 0$$

Otteniamo

$$x + 2k - 2 = 0$$

da cui si ricava $x_F = 2 - 2k$.

Troviamo l'ordinata del flesso

$$y_F = 2 + (2 - 2k + 2k)e^{1-(2-2k)} = 2 + 2e^{2k-1}$$

Il punto di flesso ha pertanto coordinate

$$F(2 - 2k ; 2 + 2e^{2k-1})$$

Il coefficiente angolare m della retta tangente nel punto di flesso è

$$m = f'(x_F) = (1 - (2 - 2k) - 2k)e^{1-(2-2k)} = -e^{2k-1}$$

Troviamo ora l'equazione della retta tangente nel flesso e imponiamo poi il passaggio per il punto $P(1; 2)$.

L'equazione della retta tangente è data da:

$$y - y_F = m(x - x_F)$$

Sostituendo le coordinate del flesso, otteniamo:

$$y - (2 + 2e^{2k-1}) = -e^{2k-1}(x - (2 - 2k))$$

Imponendo il passaggio per il punto $P(1,2)$, si ha:

$$2 - (2 + 2e^{2k-1}) = -e^{2k-1}(1 - (2 - 2k))$$

da cui si ricava

$$-2e^{2k-1} = -e^{2k-1}(2k - 1)$$

e quindi:

$$-2 = -(2k - 1)$$

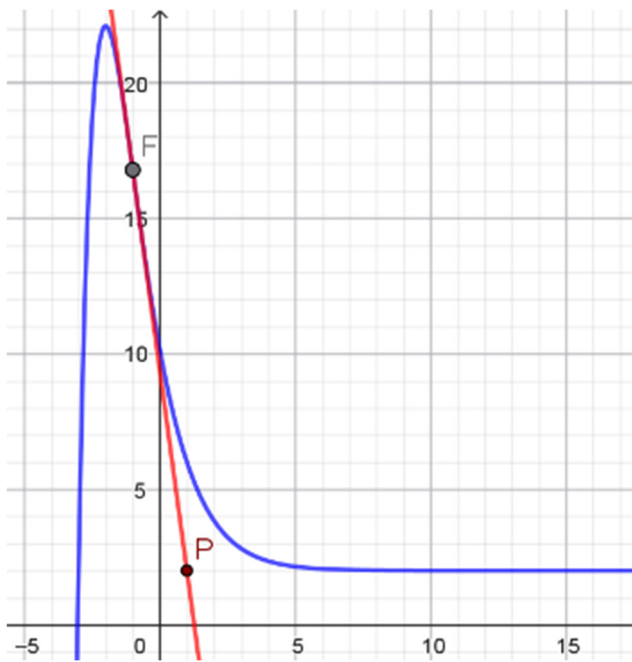
$$2k = 3$$

e finalmente, $k = \frac{3}{2}$.

La funzione sarà pertanto

$$f(x) = 2 + (x + 3)e^{1-x}.$$

Il grafico è riportato nella figura.



Figura

Tabella di analisi del quesito

Livello di difficoltà stimato	☐ Basso	☐ Medio	☒ Alto (molti calcoli)	☐ Molto alto
Formulazione del quesito	☐ Scorretta	☐ Ambigua	☐ Poco chiara	☒ Corretta ☐ Molto chiara
L'argomento è presente nelle Indicazioni Nazionali	☒ Sì		☐ No	
L'argomento è presente nel QdR di Matematica	☒ Sì		☐ No	
Di solito, viene svolto nella pratica didattica usuale?	☒ Sì		☐ No	
			☐ Non sempre	

È un argomento presente nei libri di testo di Matematica?	☐ No	☐ Non sempre	☒ Sempre
Verifica conoscenze / abilità/ competenze fondamentali?	☒ Sì	☐ Solo parzialmente	☐ No
Per la risoluzione del quesito è utile una calcolatrice grafica?	☒ Sì	☐ No	☐ Parzialmente