

QUESITO 8- soluzione di L. Tomasi

8. Una persona ha appena assunto una bevanda alcolica. Il suo tasso alcolemico è dato dalla funzione $A(t) = 4(0,5^t - 0,25^t)$, dove t è il tempo (espresso in ore) trascorso dall'assunzione della bevanda e $A(t)$ indica i grammi di alcol per litro di sangue (g/l) rilevabili nel soggetto in questione. Stabilire dopo quanto tempo dall'assunzione della bevanda viene raggiunto il picco massimo di tasso alcolemico. Tenendo conto che il limite di legge del tasso alcolemico per poter guidare un veicolo è di 0,5 g/l, stabilire quando il soggetto considerato potrà mettersi alla guida.

Soluzione

La derivata prima della funzione

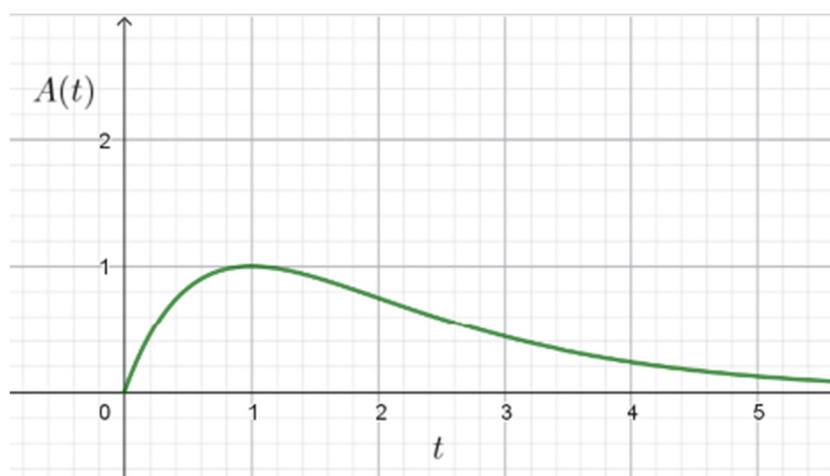
$$A(t) = 4(0.5^t - 0.25^t)$$

è:

$$A'(t) = 4(0.5^t \ln 0.5 - 0.25^t \ln 0.25)$$

La derivata è positiva per $0 \leq t \leq 1$. Quindi per $t = 1$ ha il massimo relativo (e assoluto), che è 1.

Il grafico della funzione è il seguente.



Occorre risolvere la seguente disequazione esponenziale

$$A(t) \leq 0.5$$

ossia

$$4(0.5^t - 0.25^t) \leq 0.5$$

Indicando con $x = 0.5^t$, si ottiene

$$4(x - x^2) \leq \frac{1}{2}$$

che fornisce

$$8x^2 - 8x + 1 \geq 0$$

Le soluzioni sono i valori esterni (o uguali) all'intervallo delle radici

$$x = \frac{4 \pm 2\sqrt{2}}{8} = \frac{2 \pm \sqrt{2}}{4}$$

Risolvendo la disequazione

$$0.5^t \leq \frac{2 - \sqrt{2}}{2}$$

si trova circa

$$t \geq 2,78 \text{ h}$$

Il tasso alcolemico è minore od uguale a 0.5 se $t \geq 2,78$ ore, circa 2 h e 47 minuti (vedi fig. 2).

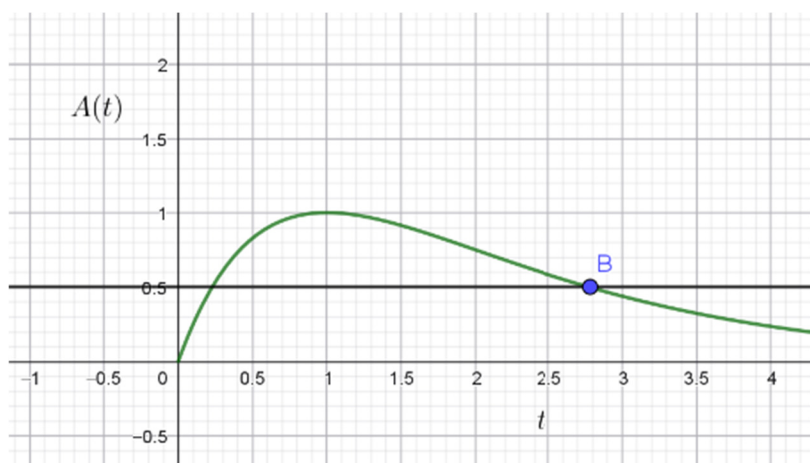


Figura 2

Argomento. Analisi matematica; disequazioni esponenziali.

Tabella di analisi del quesito

Livello di difficoltà stimato	☐ Basso	☐ Medio	☒ Alto	☐ Molto alto
Formulazione del quesito	☐ Scorretta	☐ Ambigua	☐ Poco chiara	☒ Corretta ☐ Molto chiara
L'argomento è presente nelle Indicazioni Nazionali	☒ Sì		☐ No	
L'argomento è presente nel QdR di Matematica	☒ Sì		☐ No	
Di solito, viene svolto nella pratica didattica usuale?	☒ Sì		☐ No	
È un argomento presente nei libri di testo di Matematica?	☐ No		☐ Non sempre	
Verifica conoscenze / abilità / competenze fondamentali?	☒ Sì		☐ Solo parzialmente	
			☐ No	

Per la risoluzione del quesito
è utile una calcolatrice
grafica?

☒ Sì

☐ No

☐ Parzialmente