

Esame di Maturità – sessione suppletiva - seconda prova scritta - Liceo scientifico (tutti gli indirizzi) - Prova scritta di Matematica – 2 luglio 2026

QUESITO 3 - soluzione a cura di L. Tomasi

3. La legge $C(t) = at \cdot e^{-bt}$ descrive la concentrazione di un farmaco (misurata in mg/l), al variare del tempo (misurato in ore). Il picco si stima dopo 5 ore dalla somministrazione con un valore di 5,5 mg/l. Determinare, con due cifre significative, i valori dei parametri a e b e le loro unità di misura. Si può affermare che la concentrazione si mantiene al di sopra di 3,0 mg/l per oltre 10 ore? Motivare la risposta.

Soluzione

Data la funzione

$$C(t) = at e^{-bt}$$

l'unità di misura di b è h^{-1} perché l'esponente di e deve essere adimensionale.

Poiché la concentrazione è misurata in mg/l, e t in h, l'unità di misura di a deve essere mg/(l h).

Forse "l" indica litri (L). Quindi a è misurato in mg/(L h).

La derivata prima è

$$C'(t) = ae^{-bt} - ab t e^{-bt} = a e^{-bt}(1 - bt)$$

che si annulla per

$$t = \frac{1}{b}$$

Poiché $t_p = 5$ h, ne segue

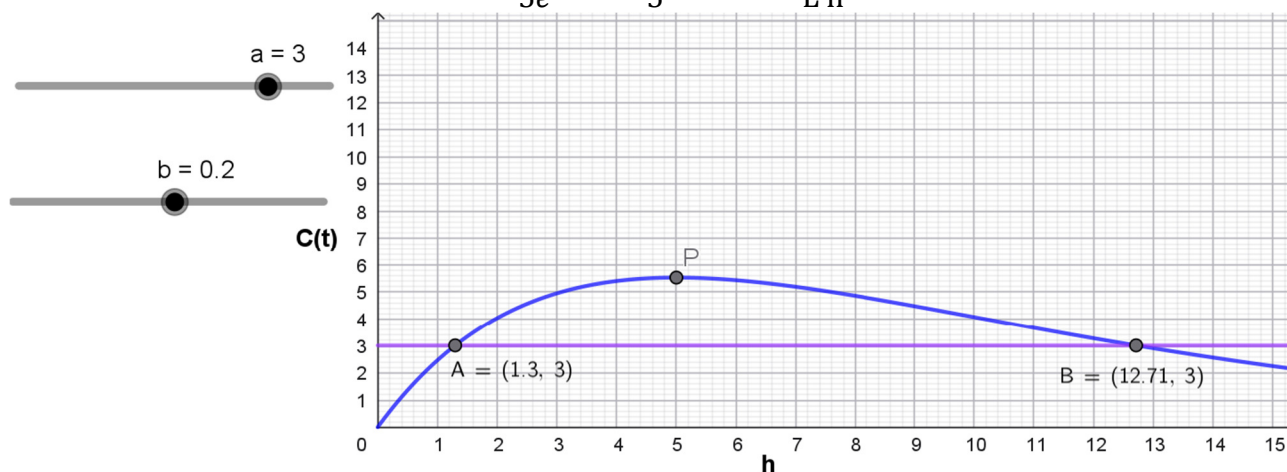
$$b = 0,20 \text{ h}^{-1}$$

Dal momento che il valore di picco è 5,5 mg/L, possiamo scrivere

$$5a e^{-1} = 5,5$$

Da cui si ricava

$$a = \frac{5,5}{5e^{-1}} = \frac{5,5e}{5} = 2,99 \frac{\text{mg}}{\text{L h}}$$



Osservando il grafico della concentrazione (che si può anche ottenere con una calcolatrice grafica, si può osservare che la retta $y=3$ interseca la curva in due punti. Il primo punto ha ascissa circa 1,3 h e il secondo punto ha ascissa circa 12,71 h. Possiamo quindi affermare che la concentrazione si mantiene al di sopra di 3,0 mg/L per oltre 10 h.

Argomento: Analisi matematica; modelli.

Tabella di analisi del quesito

Livello di difficoltà stimato	☐ Basso	☒ Medio	☐ Alto	☐ Molto alto
Formulazione del quesito	☐ Scorretta	☐ Ambigua	☐ Poco chiara	☐ Corretta ☒ Molto chiara
L'argomento è presente nelle Indicazioni Nazionali	☒ Sì	☐ No	☐ Non è esplicitato / Non è chiaro	
L'argomento è presente nel QdR di Matematica	☒ Sì	☐ No	☐ Non è esplicitato / Non è chiaro	
Di solito, viene svolto nella pratica didattica usuale?	☐ Sì	☐ No	☒ Non sempre	
È un argomento presente nei libri di testo di Matematica?	☐ No	☒ Non sempre	☐ Sempre	
Verifica conoscenze / abilità/ competenze fondamentali?	☒ Sì	☐ Solo parzialmente	☐ No	
Per la risoluzione del quesito è utile una calcolatrice grafica?	☒ Sì (molto)	☐ No	☐ Parzialmente	