

Esame di Maturità – sessione suppletiva - seconda prova scritta - Liceo scientifico (tutti gli indirizzi) - Prova scritta di Matematica – 2 luglio 2026

QUESITO 4 - soluzione a cura di L. Tomasi

4. Determinare i parametri reali a, b, c in modo che la funzione

$$f(x) = \begin{cases} ae^{2-x} + b, & x < 2 \\ \frac{x+c}{x}, & x \geq 2 \end{cases}$$

sia continua su $\mathbb{R}$ e abbia in $x = 2$ un punto angoloso con tangente sinistra di equazione $y = -3 - 6x$ e tangente destra con pendenza $m = 8$.

Soluzione

La funzione, definita a tratti, ha per dominio $\mathbb{R}$.

$$f(x) = \begin{cases} ae^{2-x} + b, & x < 2 \\ \frac{x+c}{x}, & x \geq 2 \end{cases}$$

Essendo definita tramite tratti di funzioni continue (una esponenziale e un ramo di iperbole equilatera), l'unico punto da esaminare per la continuità è $x = 2$.

Il punto di ascissa 2 ha coordinate $(2, -15)$ perché deve appartenere alla retta di equazione $y = -3 - 6x$. La tangente destra avrà dunque equazione $y + 15 = 8(x - 2)$, ossia $y = 8x - 31$.

Sappiamo che

$$f(2) = \frac{2+c}{2} = 1 + \frac{c}{2}$$

Deve quindi essere

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} (ae^{2-x} + b) = 1 + \frac{c}{2}$$

Si ottiene la prima condizione:

$$a + b = 1 + \frac{c}{2}.$$

Per quanto riguarda la derivabilità, anche qui l'unico punto da esaminare è $x = 2$.

Si ha:

$$f'(x) = \begin{cases} -ae^{2-x}, & x < 2 \\ -\frac{c}{x^2}, & x \geq 2 \end{cases}$$

Le altre due condizioni sono le seguenti:

$$-\frac{c}{4} = 8$$

da cui $c = -32$, e

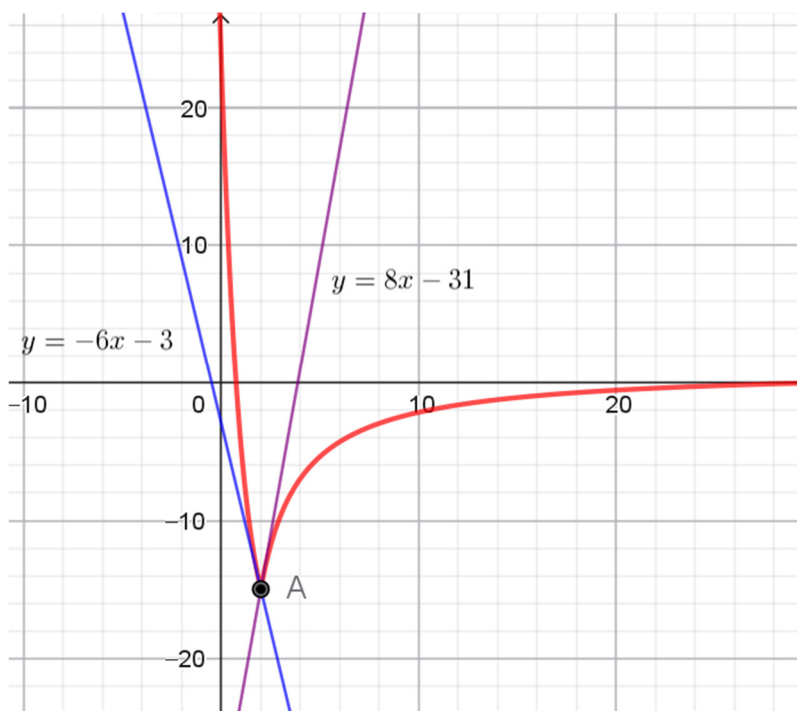
$$\lim_{x \rightarrow 2^-} (-ae^{2-x}) = -6$$

da cui segue $a = 6$.

Poiché $a + b = 17$ si ha $b = -21$.

La funzione sarà quindi

$$f(x) = \begin{cases} 6e^{2-x} - 21, & x < 2 \\ \frac{x-32}{x}, & x \geq 2 \end{cases}$$



Argomento: Analisi matematica. Continuità; Derivabilità; punto angoloso.

Tabella di analisi del quesito

Livello di difficoltà stimato	☐ Basso	☒ Medio	☐ Alto	☐ Molto alto	
Formulazione del problema	☐ Scorretta	☐ Ambigua	☐ Poco chiara	☒ Corretta	☐ Molto chiara
L'argomento è presente nelle Indicazioni Nazionali	☒ Sì		☐ No		☐ Non è esplicitato / Non è chiaro
L'argomento è presente nel QdR di Matematica	☒ Sì		☐ No		☐ Non è esplicitato / Non è chiaro
Di solito, viene svolto nella pratica didattica usuale?	☒ Sì		☐ No		☐ Non sempre
È un argomento presente nei libri di testo di Matematica?	☐ No		☐ Non sempre		☒ Sempre
Verifica conoscenze / abilità / competenze fondamentali?	☒ Sì		☐ Solo parzialmente		☐ No
Per la risoluzione del quesito è utile una calcolatrice grafica?	☒ Sì		☐ No		☐ Parzialmente