

Esame di Maturità – seconda prova scritta - Liceo Scientifico
Prova scritta di Matematica - 2 luglio 2026

QUESITO 5 - soluzione a cura di L. Rossi

5. Si consideri la curva $y = e^{1+ax}$, con $a \neq 0$, e la retta r ad essa tangente in un punto P . Indicato con A il punto in cui r incontra l'asse delle ascisse, dimostrare che il segmento AH , dove H è la proiezione ortogonale di P sull'asse x , ha lunghezza costante.

Esprimere questa lunghezza in funzione di a .

Soluzione

Indicata la funzione con $f(x) = e^{1+ax}$, $a \neq 0$, la retta tangente alla funzione nel suo generico punto $P(k, e^{1+ka})$ con $k \in \mathbb{R}$ ha equazione:

$$r: y - e^{1+ka} = f'(k)(x - k)$$

ed essendo $f'(x) = ae^{1+ax}$

$$r: y - e^{1+ka} = ae^{1+ka}(x - k)$$

Il punto A si ottiene intersecando la retta r con l'asse x e ha coordinate $A\left(k - \frac{1}{a}, 0\right)$; il punto H , essendo la proiezione di P sull'asse x , ha coordinate $H(k, 0)$.

Dunque $\overline{AH} = |x_A - x_H| = \left|\frac{1}{a}\right| = \frac{1}{|a|}$ e ha quindi lunghezza costante che dipende da $a \in \mathbb{R}_0$.

Argomento: Analisi matematica; Geometria analitica

Tabella di analisi del quesito

Livello di difficoltà stimato	☒ Basso	☐ Medio	☐ Alto	☐ Molto alto	
Formulazione del quesito	☐ Scorretta	☐ Ambigua	☐ Poco chiara	☐ Corretta	☒ Molto chiara
L'argomento è presente nelle Indicazioni Nazionali	☒ Sì		☐ No		☐ Non è esplicitato / Non è chiaro
L'argomento è presente nel QdR di Matematica	☒ Sì		☐ No		☐ Non è esplicitato / Non è chiaro
Di solito, viene svolto nella pratica didattica usuale?	☒ Sì		☐ No		☐ Non sempre
È un argomento presente nei libri di testo di Matematica?	☐ No		☐ Non sempre		☒ Sempre
Verifica conoscenze / abilità / competenze fondamentali?	☒ Sì		☐ Solo parzialmente		☐ No
Per la risoluzione del quesito è utile una calcolatrice grafica?	☐ Sì		☒ No		☐ Parzialmente