

Il numero e di Nepero e la curva $y = e^x$

Questo numero nasce come limite di una successione (n è un **numero naturale non nullo**):

$$\text{se } n \rightarrow \infty, \text{ allora } \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n \rightarrow e$$

(la freccia “ $\rightarrow$ ” si legge “tende”).

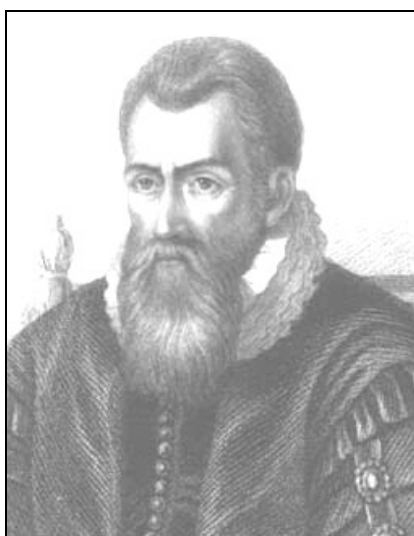
Si dimostra che è un numero irrazionale (trascendente), che vale approssimativamente:

$$e \approx 2,71828182845856341127785...$$

Le cifre dopo la virgola sono quindi infinite e non periodiche. Questo è uno dei numeri più importanti di tutta la Matematica e per le sue applicazioni.

Noi useremo la seguente approssimazione (che è bene memorizzare):

$$e \approx 2,718...$$



John Napier (1550 - 1617)

Questo numero si trova per la prima volta nelle opere di John Napier, detto Nepero, matematico scozzese (1550 – 1617). Pertanto viene chiamato la **costante di Nepero** anche se sembra si chiami “ e ” in onore di Leonhard Euler (1707-1783), un grandissimo matematico svizzero del Settecento che ha studiato le molte proprietà di questo numero.

Puoi costruire una tabella, dando ad n dei valori naturali sempre più grandi. Ottieni:

n	$(1 + 1/n)^n$
1	2
2	2,25
3	2,37037037
4	2,44140625
5	2,48832
10	2,593742460
50	2,691588029
100	2,704813829
1.000	2,716923932
10.000	2,718145926
100.000	2,718268237
1.000.000	2,718280469
10.000.000	2,718281692

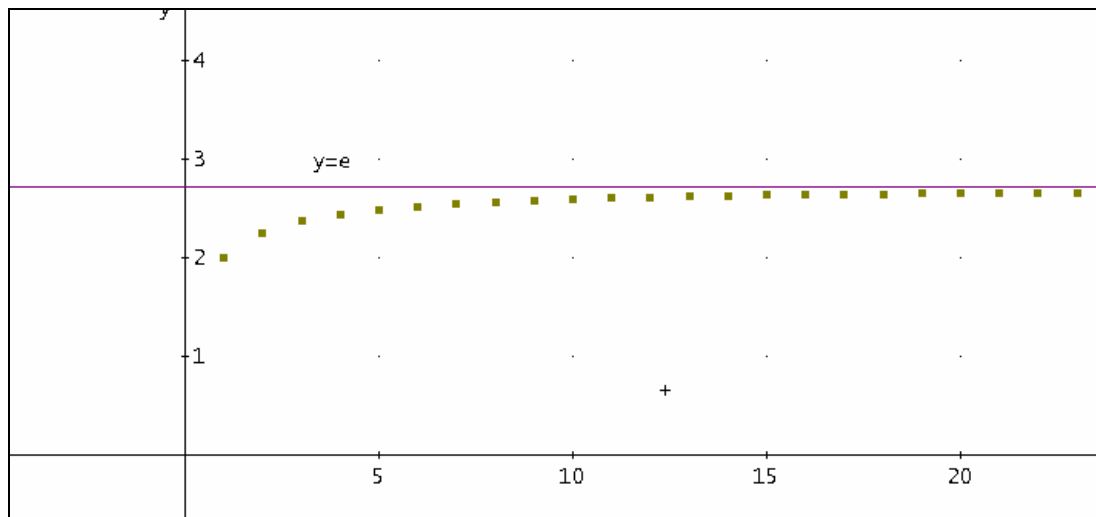
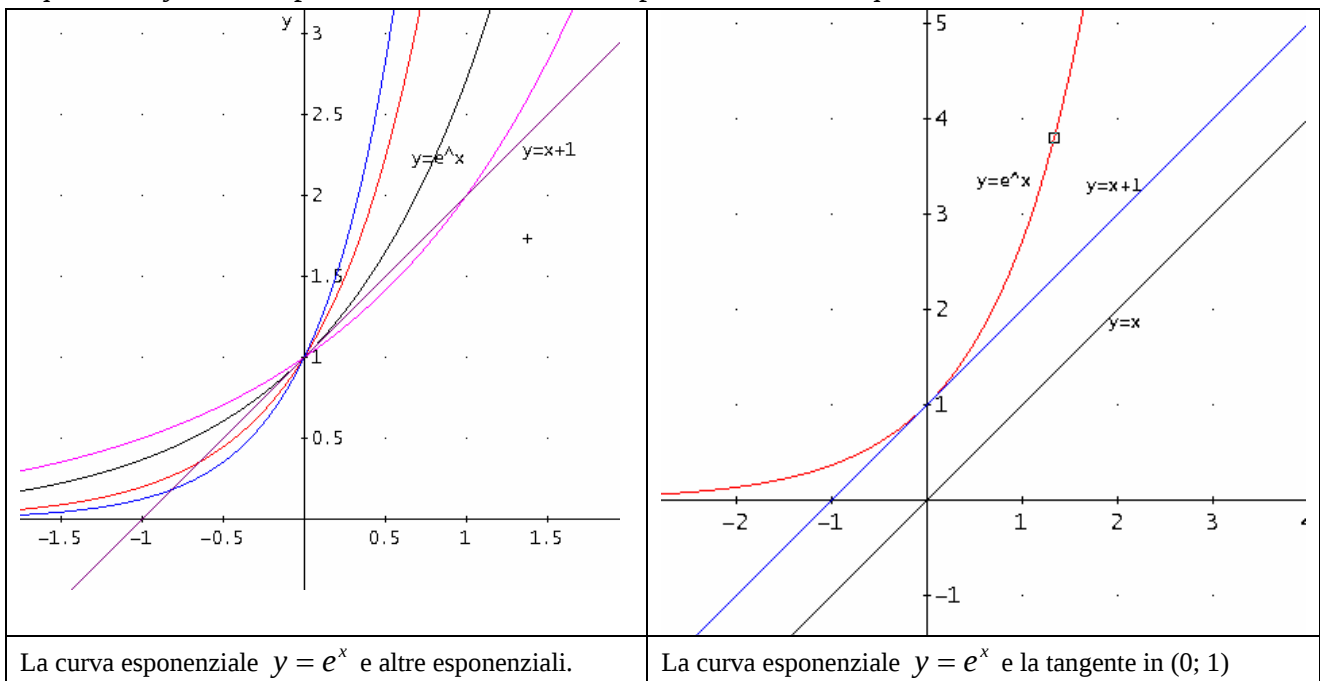


Grafico dei punti di coordinate $(n; (1 + 1/n)^n)$

Il numero “e” viene assunto come base di una curva esponenziale molto importante, che si chiama

$$y = e^x = \exp(x)$$

Questa curva esponenziale si distingue da tutte le altre per una sua proprietà notevole: nel punto (0;1) –per cui passano tutte le curve esponenziali- la curva $y = e^x$ ha come tangente la retta di equazione $y = x + 1$, parallela alla bisettrice del primo e del terzo quadrante.



A sua volta il numero e è la base di un sistema di logaritmi che si chiamano **logaritmi naturali** (perché questi logaritmi si chiamino “naturali” lo studierai nella classe quinta!).

Nelle calcolatrici questi logaritmi vengono indicati con “ln(...)”, che si legge “logaritmo naturale di (...)” oppure “logaritmo neperiano di (...)”.

(a cura di LT, www.matematica.it/tomasi)