

**Concorso ordinario 1990 - Classe di concorso A048 - Matematica applicata**

**Prova scritta**

Il candidato svolga, a scelta, uno dei seguenti temi:

1) Siano date le due funzioni di variabile reale positiva

$$g(x) = x \log x \quad e \quad h(x) = x^2 \log x$$

dove  $\log x$  è il logaritmo neperiano di  $x$ .

Determinare, ponendo  $u = \frac{1}{x}$  i limiti di  $g(x)$  e di  $h(x)$  quando  $x$  tende a  $0$ .

A. Considerata la funzione di variabile reale positiva

$$f(x) = x(2 - \log x)$$

studiare la sua variazione nell'intervallo dei valori di  $x$  per i quali  $f(x)$  è positiva o nulla. Precisare il comportamento di  $f(x)$  e della sua derivata  $f'(x)$  quando  $x$  tende a  $0$ . Tracciare il grafico di  $f(x)$  in un piano cartesiano ortogonale  $Oxy$ .

B. Calcolare la derivata rispetto a  $t$  di

$$Y = \frac{t^2}{2} \left( \log t - \frac{1}{2} \right)$$

e dedurre l'espressione, in funzione di  $x$ , dell'integrale

$$I(x) = \int_x^{e^2} t(2 - \log t) dt$$

Far vedere che  $I(x)$  tende verso un limite finito quando  $x$  tende a  $0$ . Cosa rappresenta questo limite nel grafico precedente?

C. Esprimere in funzione di  $m$  e di  $x$  l'integrale

$$I_m(x) = \int_x^{e^m} t(m - \log t) dt$$

Far vedere che  $I_m(x)$  tende verso un limite finito quando  $x$  tende a  $0$ . Calcolare per quale valore di  $m$  questo limite è uguale a  $1$ .

2) Dopo aver introdotto, anche attraverso esempi, la probabilità subordinata nel caso di due eventi, si risolva il seguente problema.

Un'urna contiene **8** palline: **5** bianche e **3** nere.

A. Si estraggono successivamente due palline senza rimettere la prima estratta nell'urna. Calcolare la probabilità di ottenere:

a) 2 palline bianche;

b) 2 palline dello stesso colore;

c) almeno una pallina bianca.

B. Calcolare le stesse probabilità nel caso in cui la prima pallina viene rimessa nell'urna prima di estrarre la seconda.

3) Trattare criticamente l'interpretazione delle stime campionarie con particolare riferimento alla distribuzione delle medie campionarie, servendosi anche di opportuni esempi.

Durata massima della prova scritta: ore sei.

E' consentito soltanto l'uso di calcolatrici tascabili e di tavole logaritmico-finanziarie.

È fatto divieto di svolgere più di un solo tema, pena l'annullamento della prova.